

# Chapter 2 Electron Optics

## Electron gun (Chap 5 in text book)

- thermionic source
- Field emission source
- Brightness of source
- Coherence of source

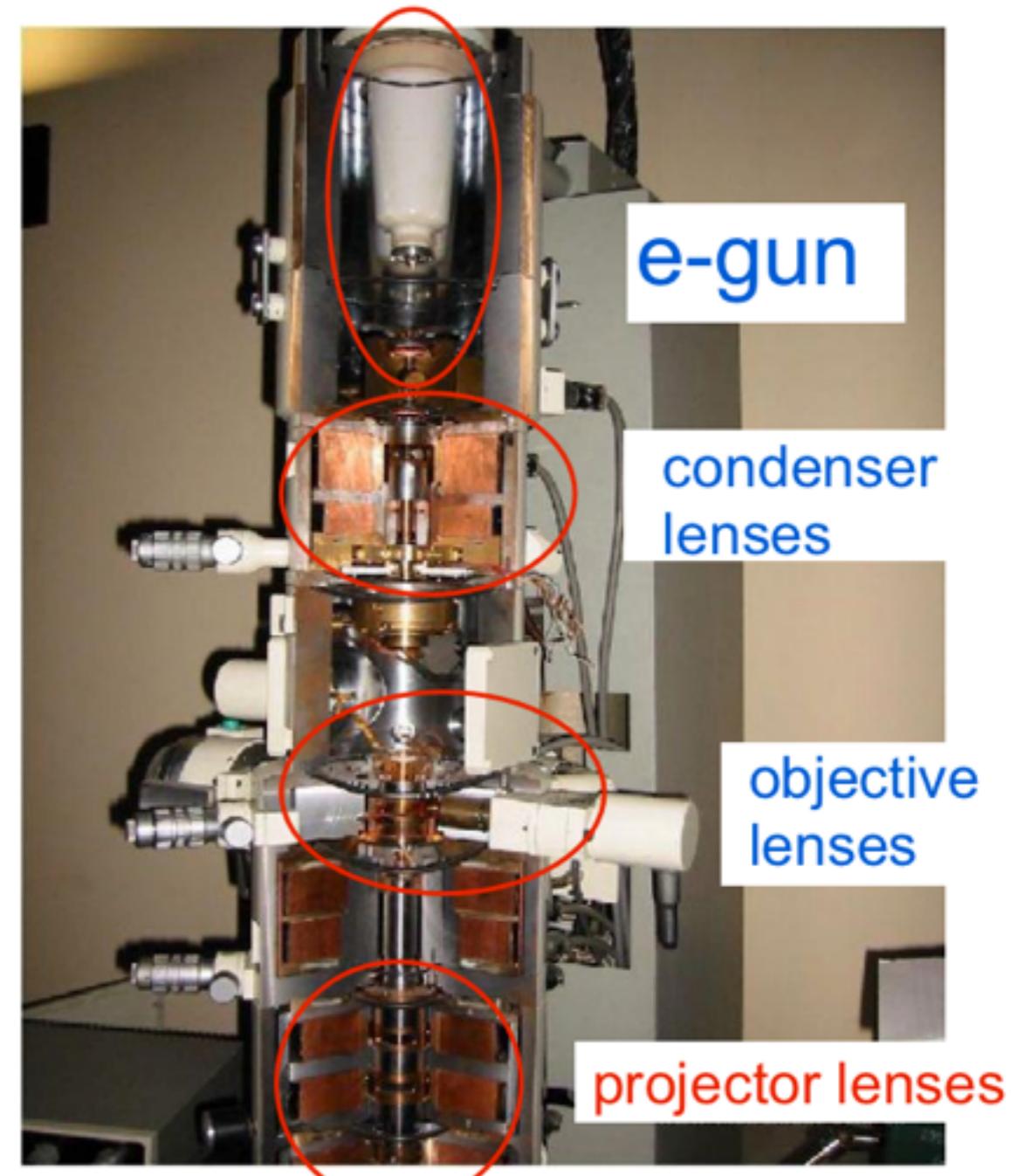
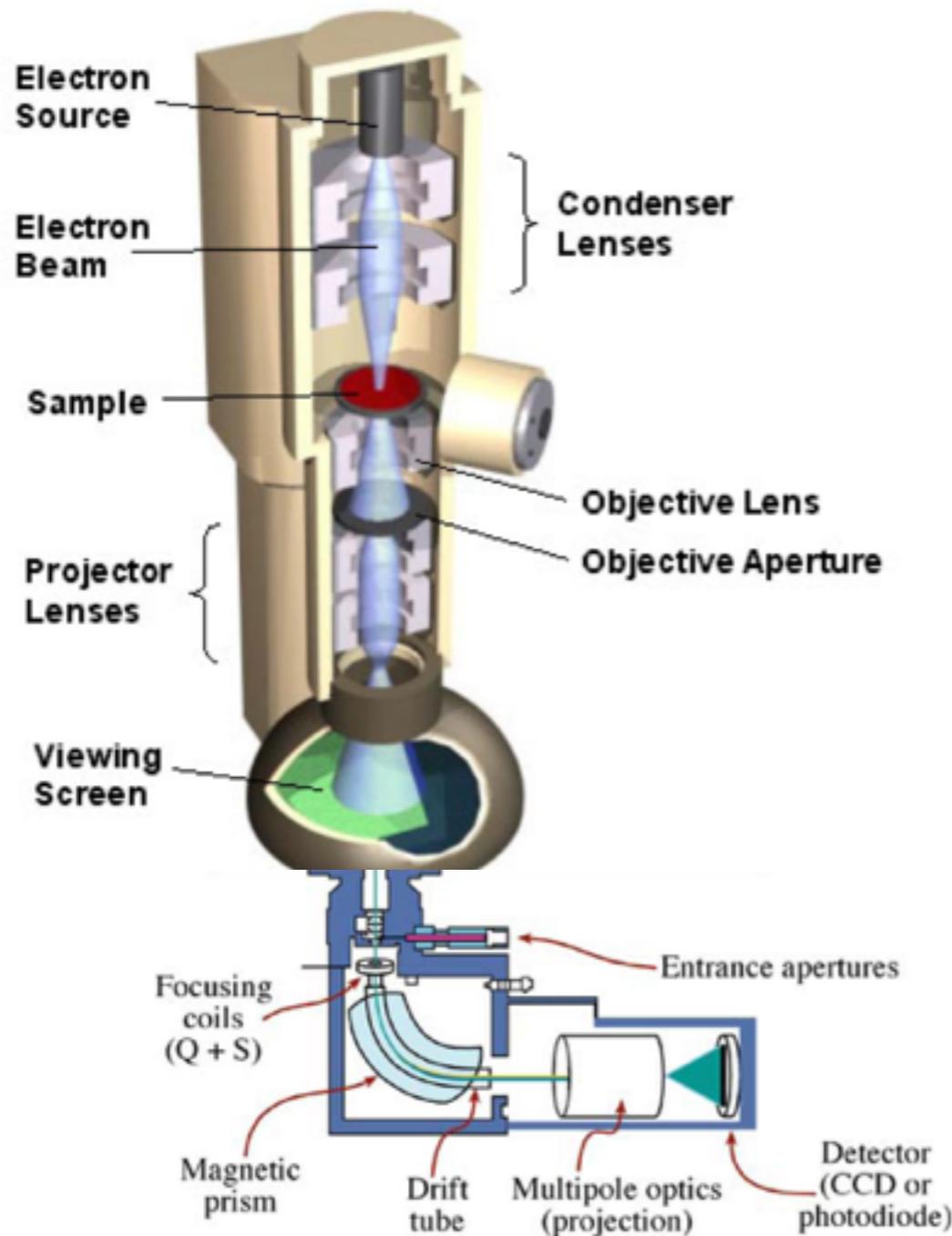


## Magnetic lenses (Chap 6 in text book)

- Spherical aberration
- Chromatic aberration
- Astigmatism

# 電子顯微鏡夠構造圖

- 我們必須使用透鏡(聚光鏡，物鏡，投影鏡) 及光闌(聚光光闌，物鏡光闌，擇區光闌) 的組合來控制成像(imaging)，繞射(diffraction)及成份分析的號。



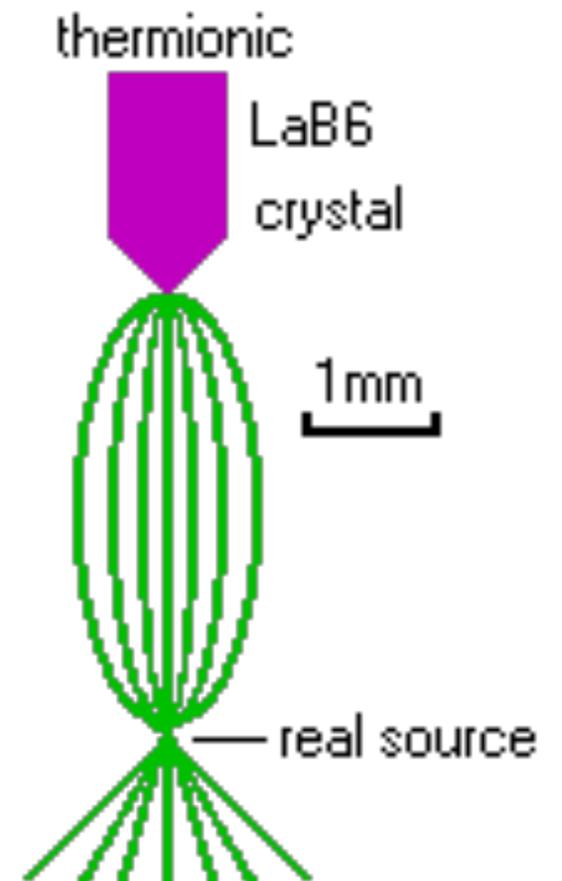
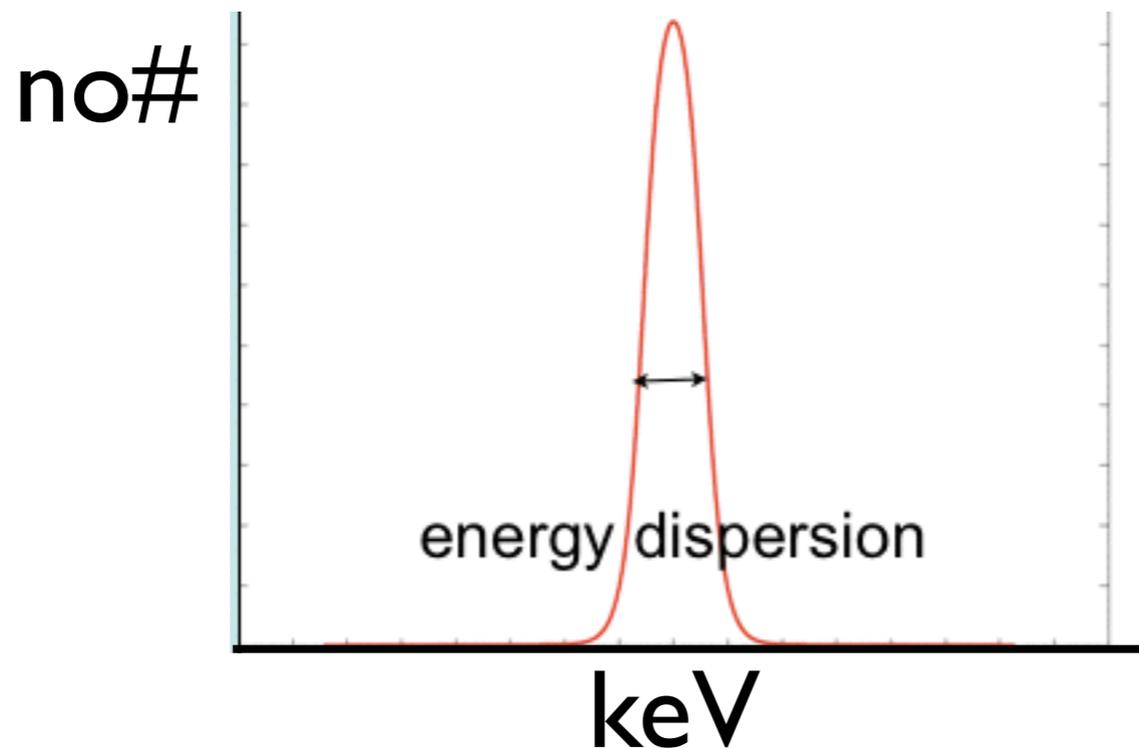
# 2.1 電子光源(Electron Source)

兩種不同光源

- 熱電子光源(thermionic source)
  - 場發射光源(field-emission source)
- 一般而言，場發射光源是幾近“單頻光”的電子，而熱電子式光源在能量上是較發散，也就是較“白”光的電子。這與X-光和可見光的情形類似。
- 場發射槍電鏡幾乎比熱電子電鏡價錢上貴兩倍。

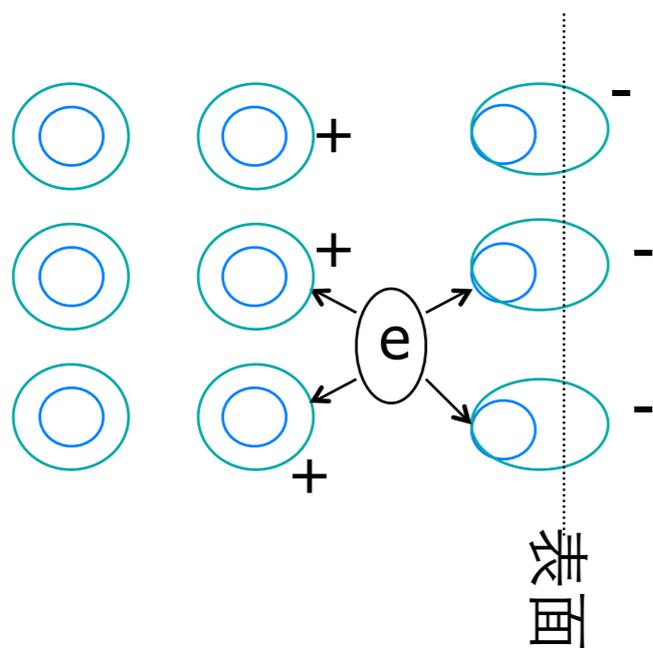
能量正比頻率  
和影像解析度 對比

能溥儀能量分辨



# A. 熱游離電子

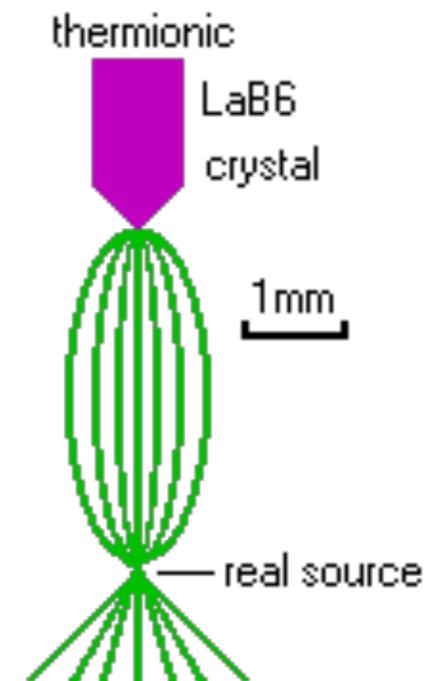
- 加熱金屬表面使得表面電子有足夠能量克服能障(energy barrier)逃離金屬表面。
- 這能障稱為“功函數” $\phi$



①極化效應(Polarization effect)：表面原子只受到內部原子的作用(非對稱性)而致使表面呈較負之電荷。若有內部電子欲逃離表面則會受此極化(polarized)的表面電場限制，而無法逃逸表面。

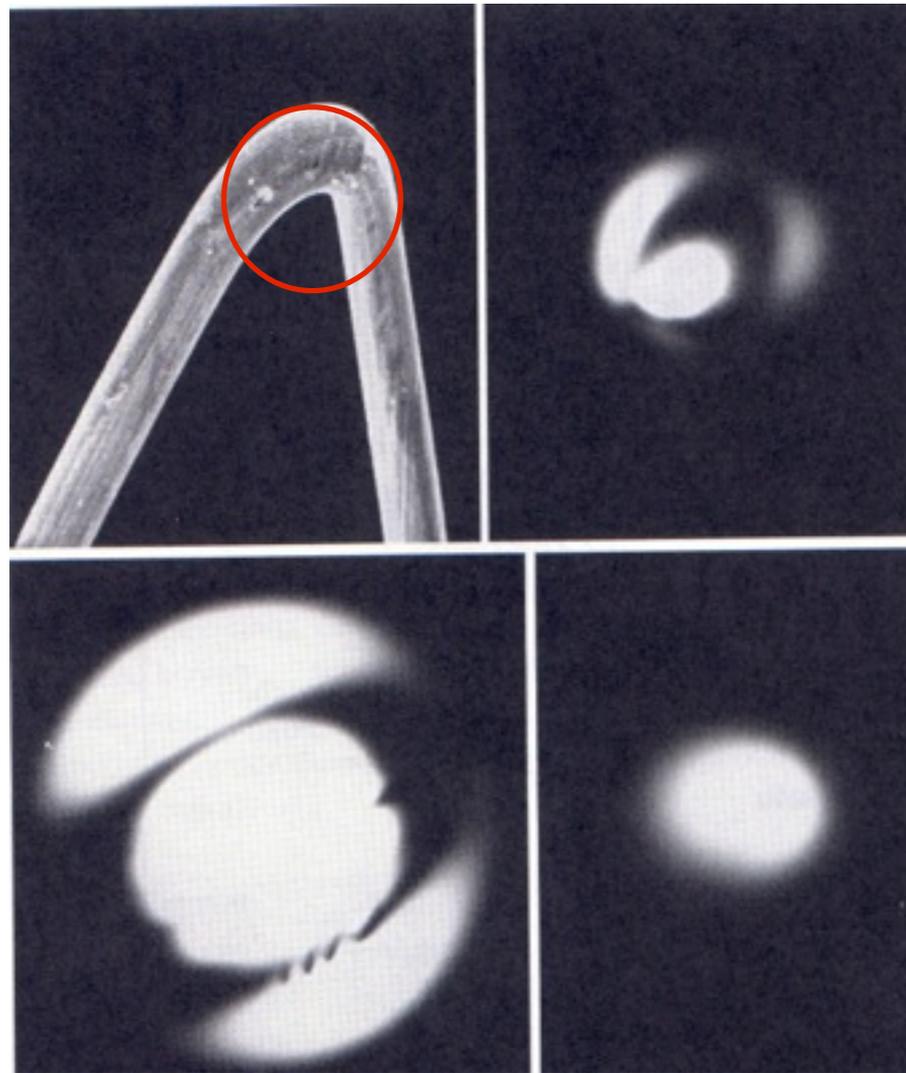
②鏡像效應(Image effect)：當一電子逃逸表面後，會在表面引發一等量之正電荷而將其拉回。

以上兩個因素使要將電子從物質表面拉出，要做“功”。



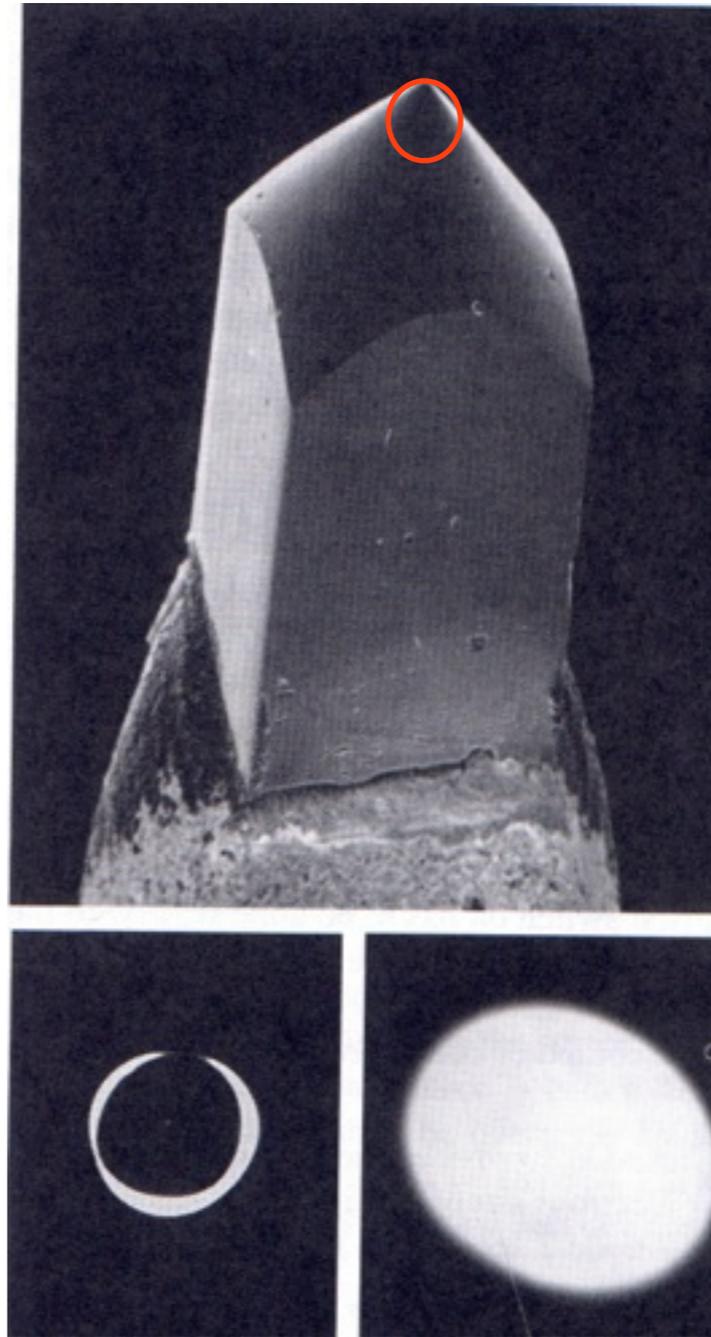
# 熱游離式燈絲

50 $\mu\text{m}$



鎢絲

10 $\mu\text{m}$

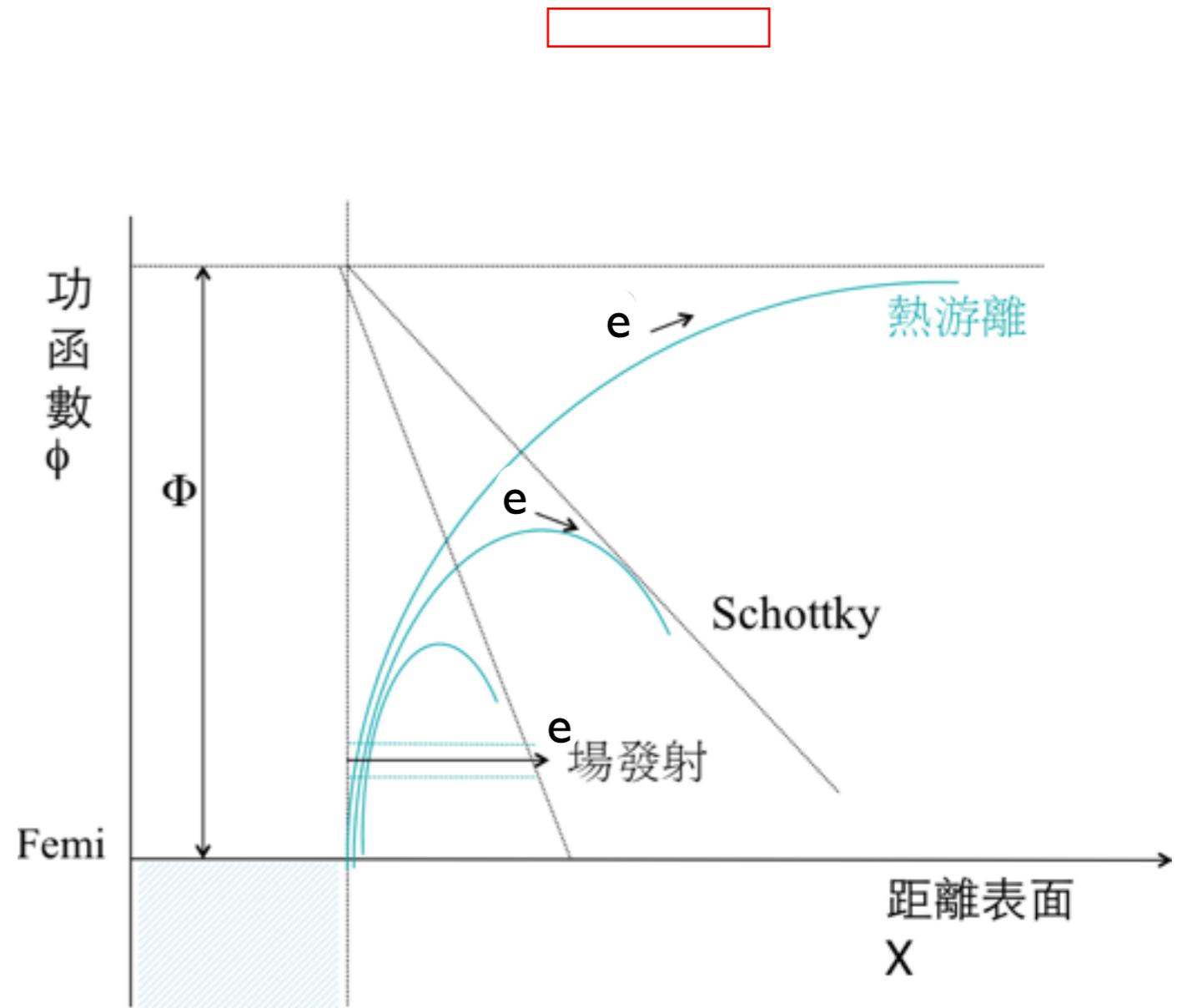


LaB<sub>6</sub>燈絲

# Richardson's Law

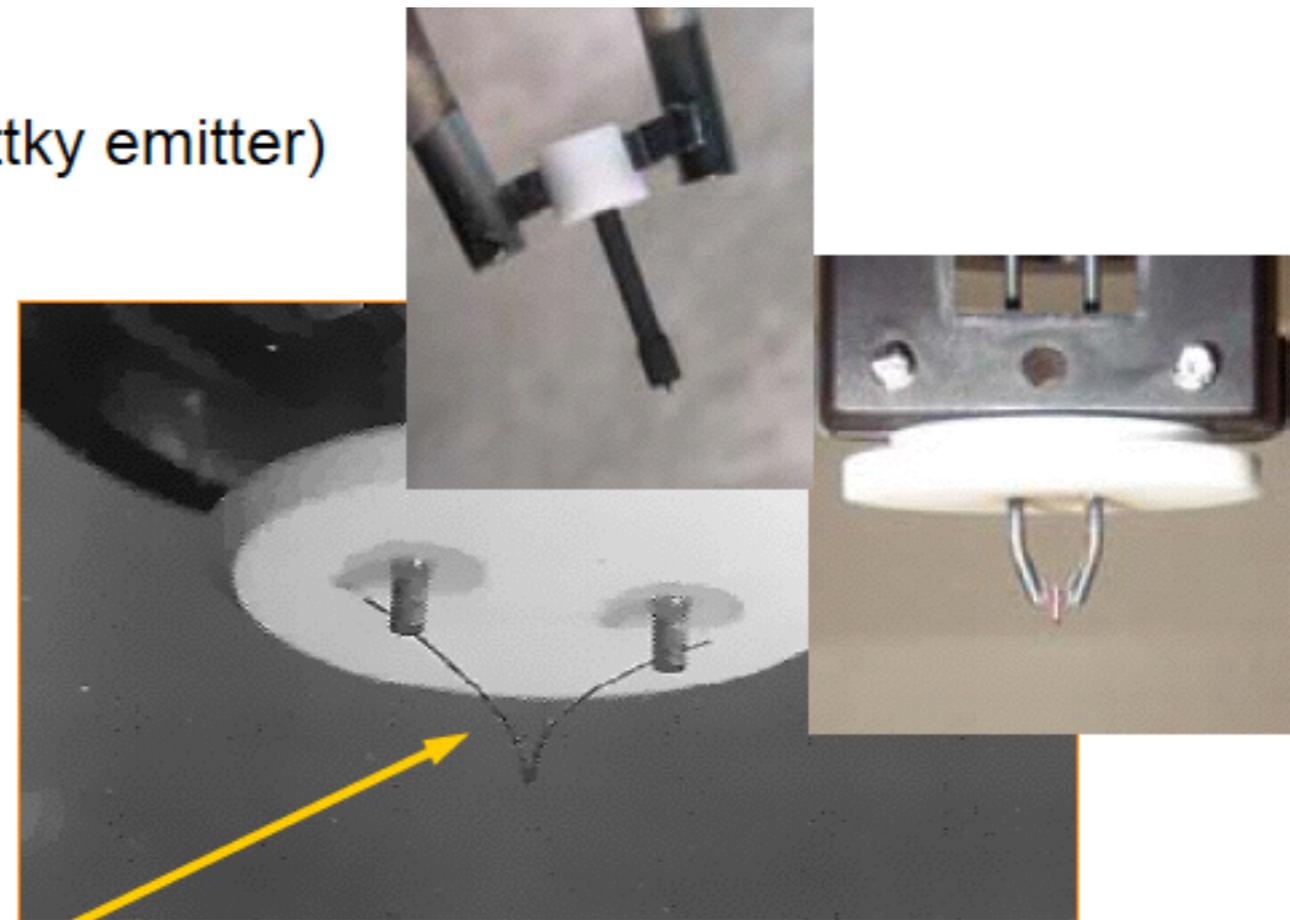
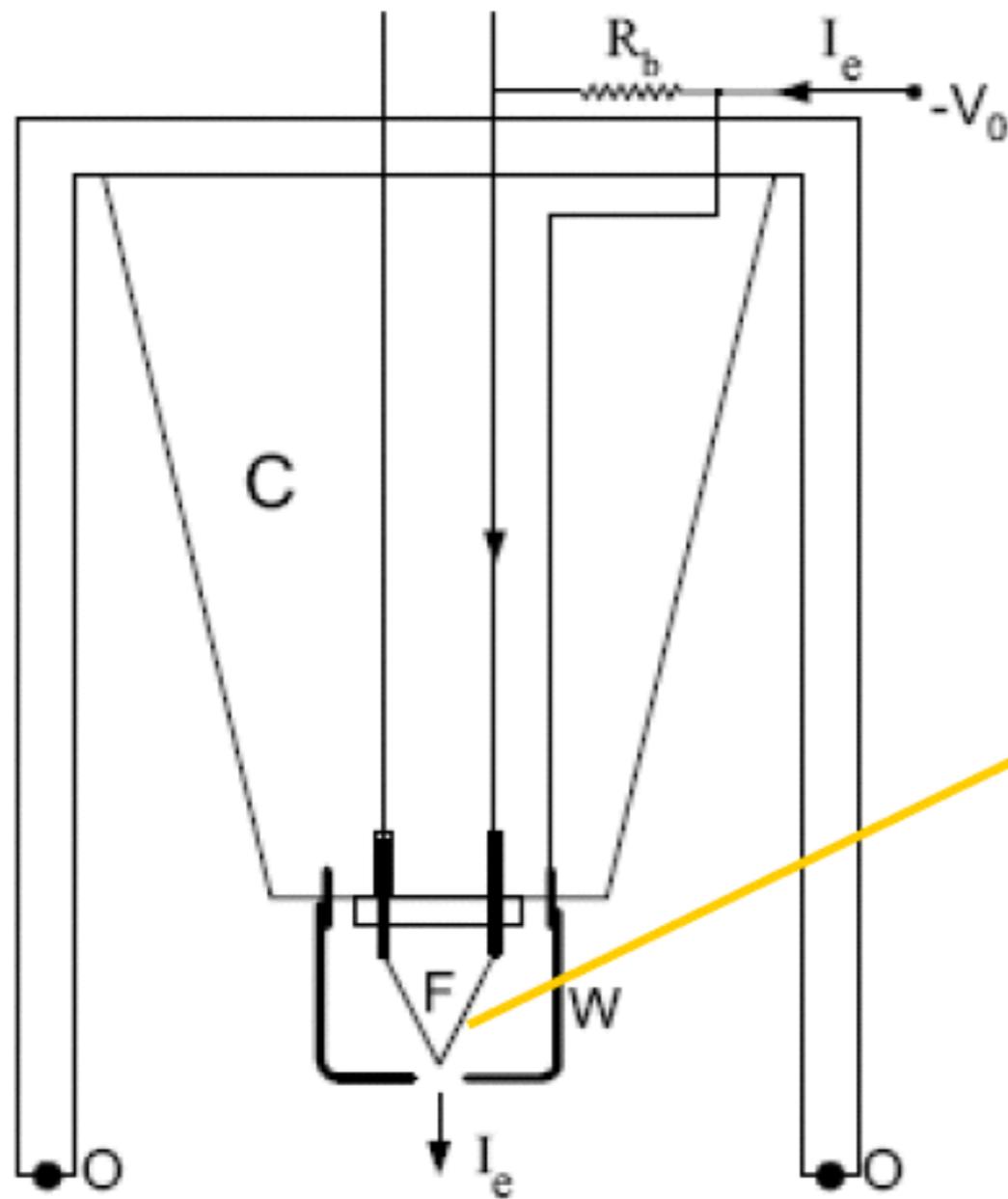
$$J = AT^2 e^{-\frac{\phi}{KT}}$$

- J：電流密度(Amp/cm<sup>2</sup>)
- A：Richardson's常數(A/cm<sup>2</sup>·k<sup>2</sup>)：
- 與燈絲材料有關
- T：操作溫度(°k)
- 電子槍燈絲(filament)選擇之條件
  1. 低功函數
  2. 高熔點
  3. 在高溫穩定(不會氧化，或分解)



# Electron Source

Thermionic emission (tungsten, LaB6, Schottky emitter)



Filament is heated

Electrons are emitted from the tip

F...Filament

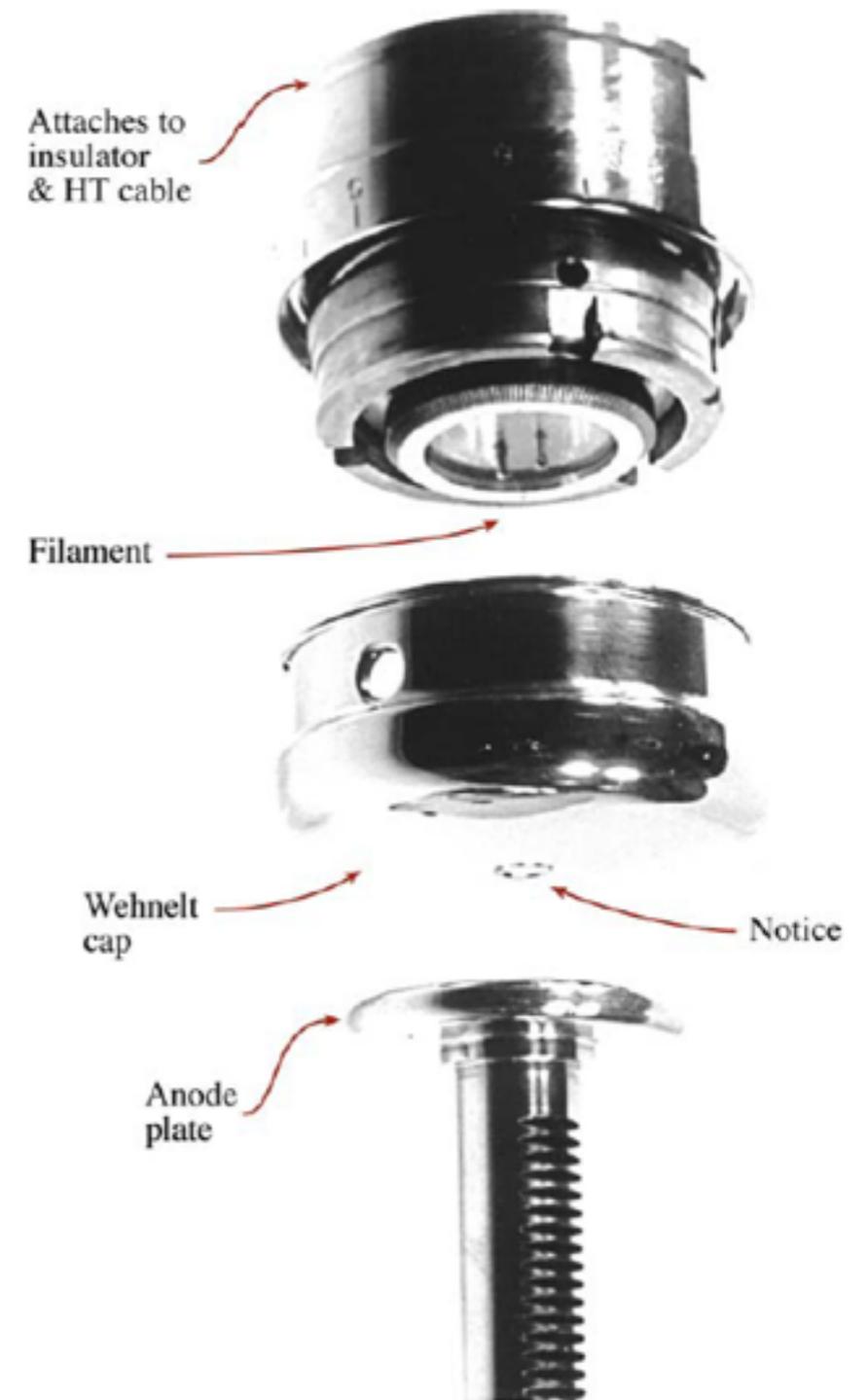
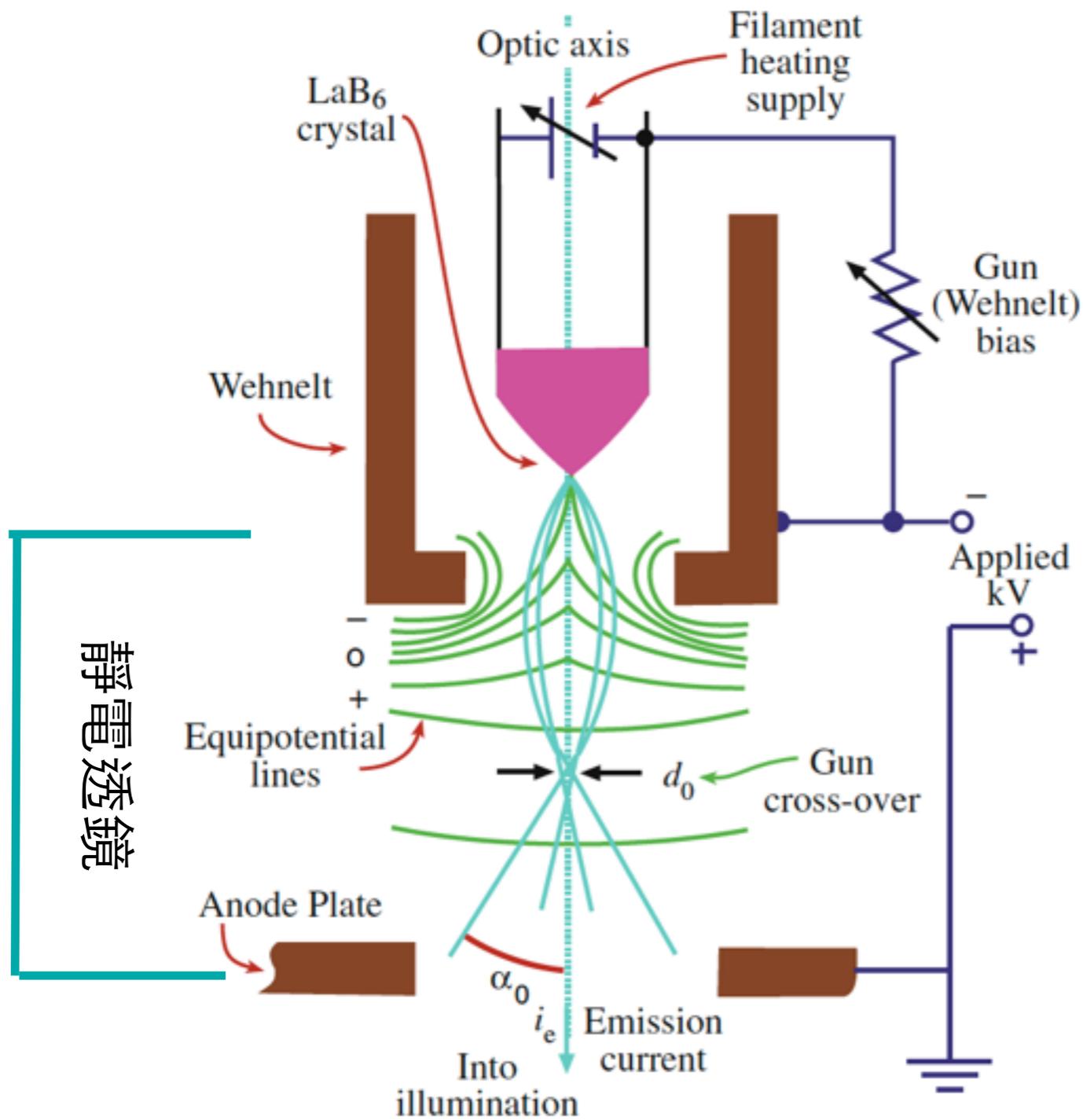
W...Wehnelt electrode

C...Ceramic high voltage insulator

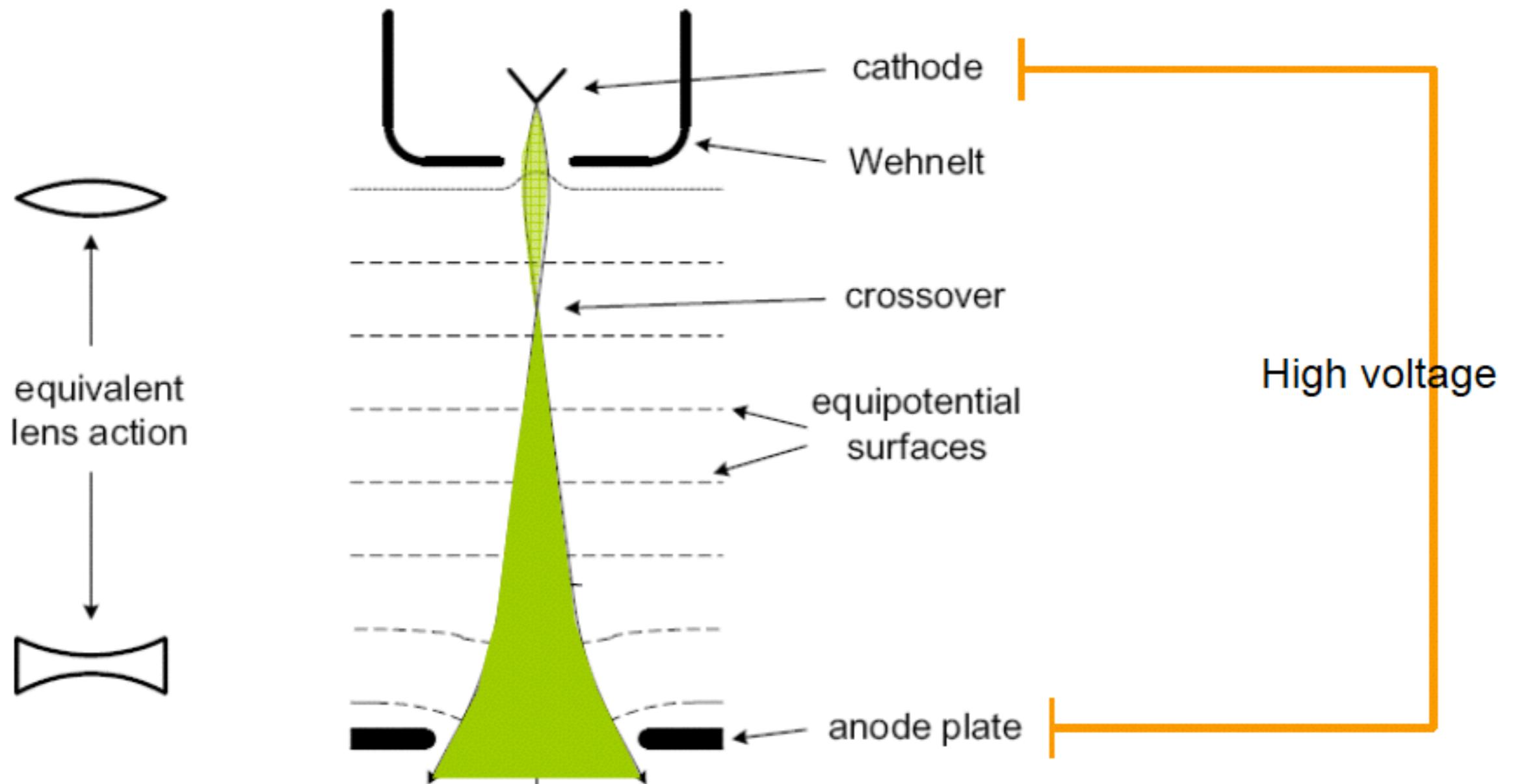
Rb...Autobias resistor

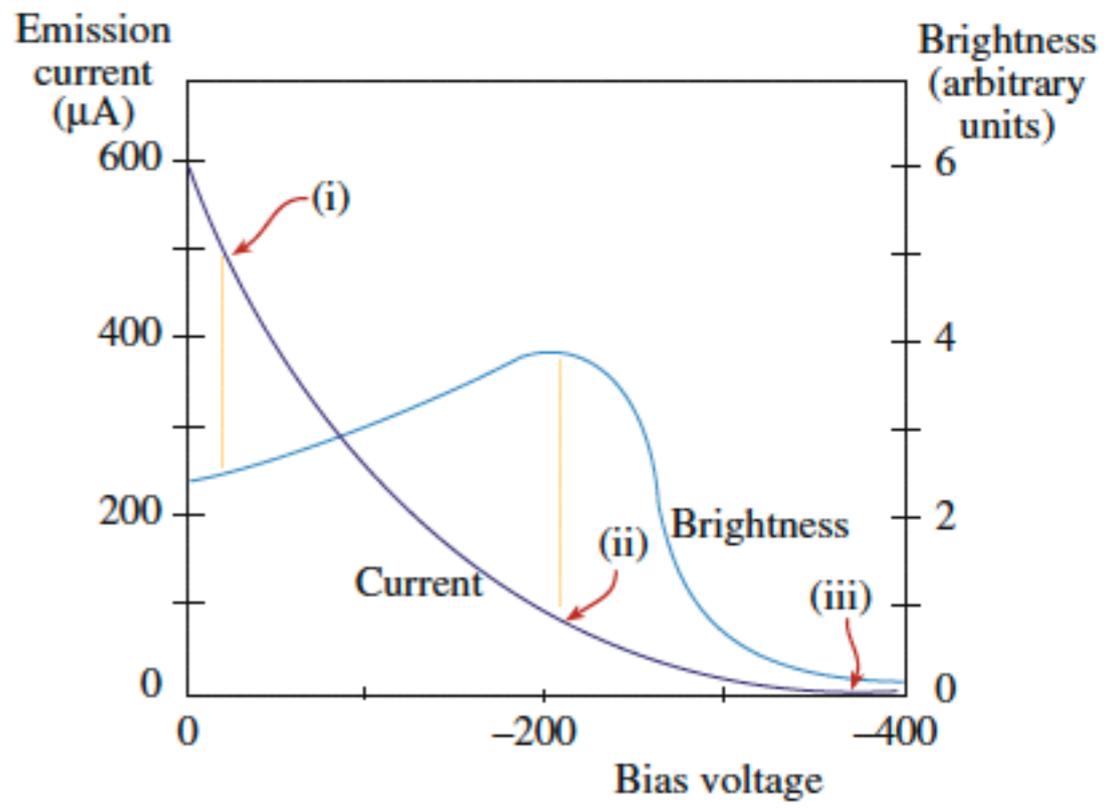
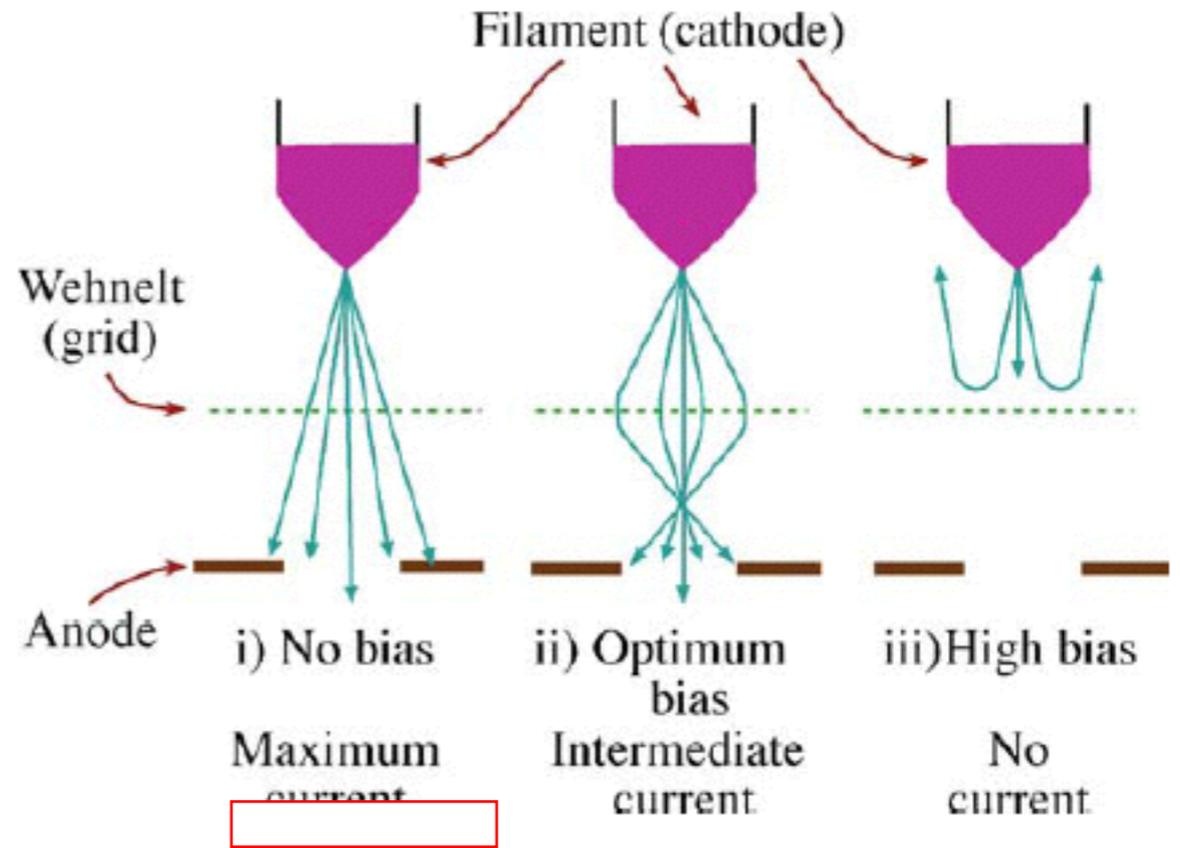
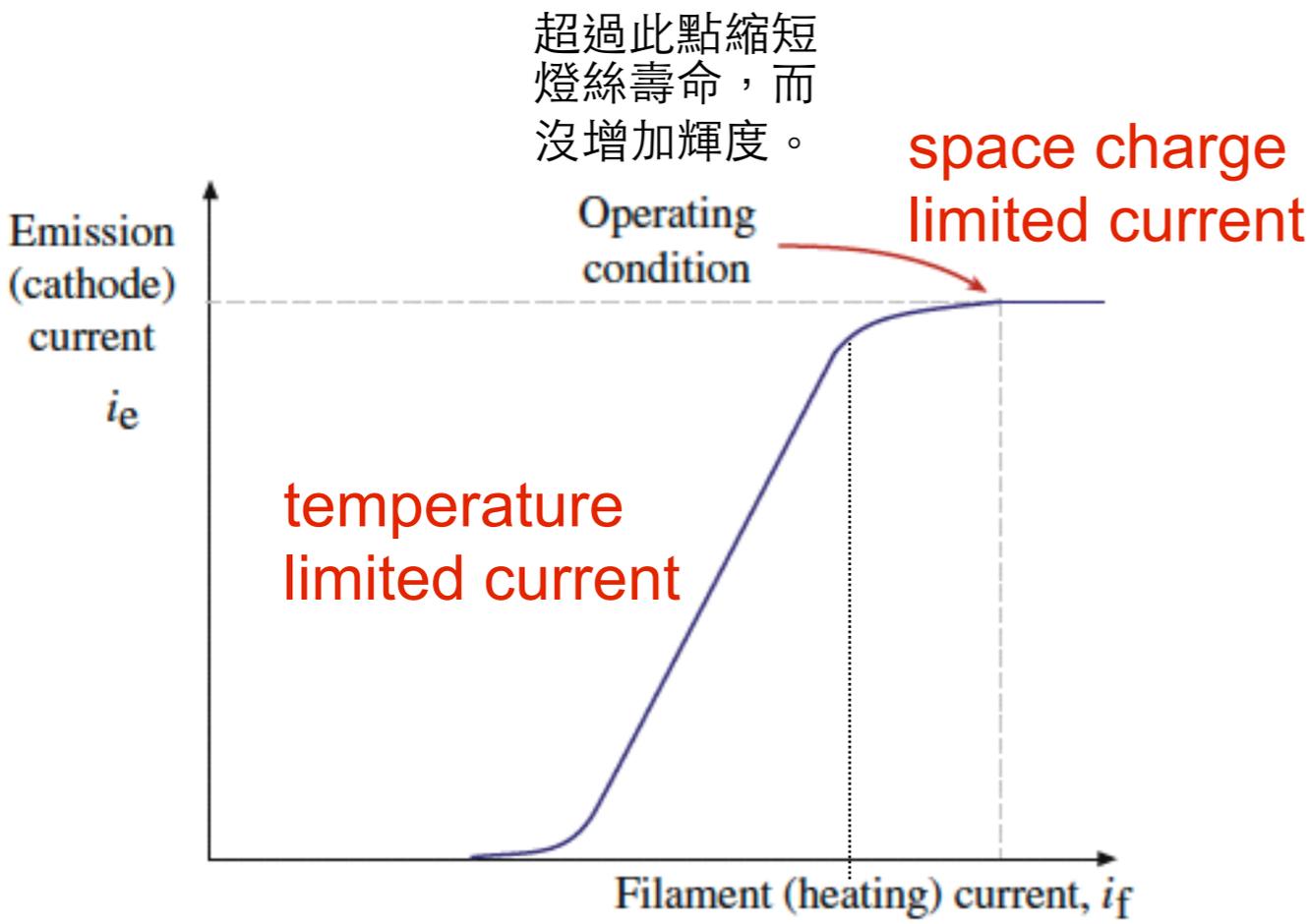
Ie...Electron emission current

# 熱游離式電子槍



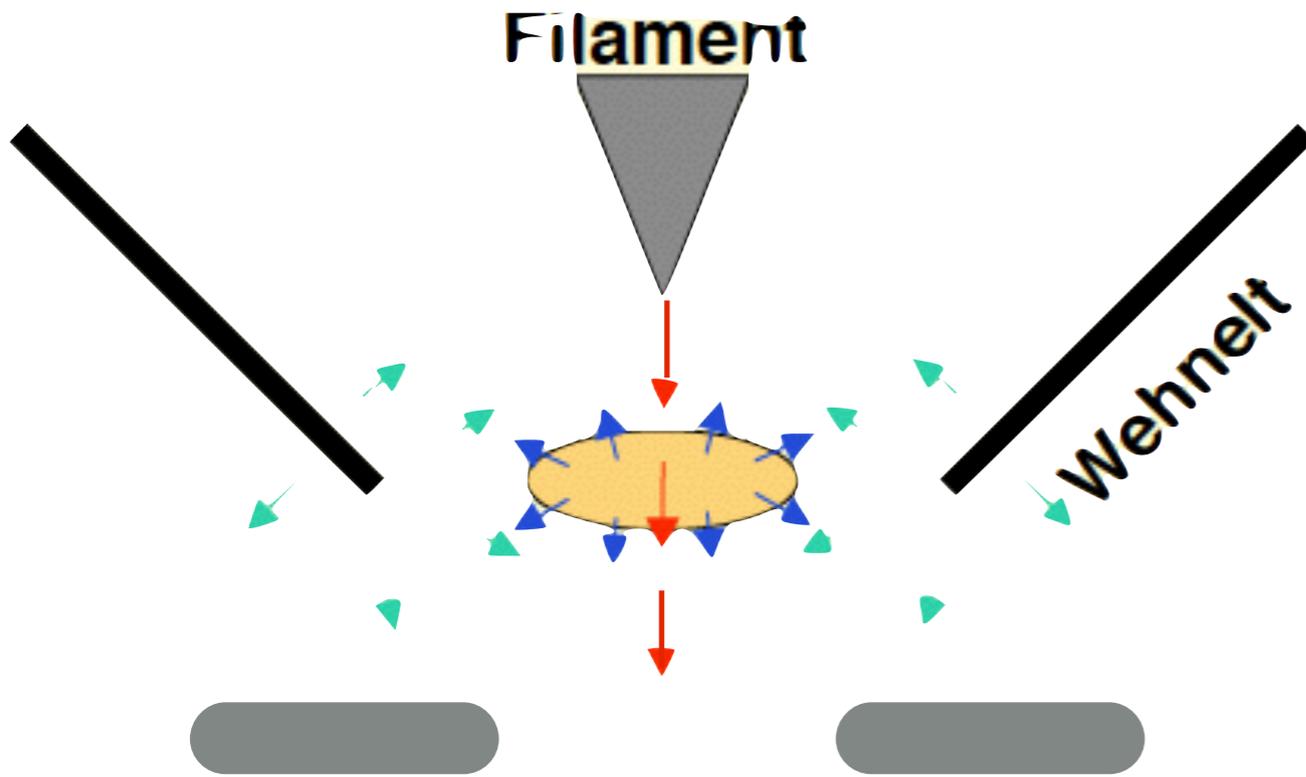
# Electron source (Electron gun)





- 觀察燈絲交叉點的影像來判別在飽和或未飽和位置。
- 在高倍率及高分辨電操作時，燈絲通常處於“微”未飽和位置。因此時中間亮源區比起飽和時更具相干性。

# Space Charge/ Boersch Effect



Longitudinal Space Charge

Child's Law:

- Field from recent electrons retards emission
- Fundamentally limits current density:

$$j \propto V^{3/2} / d^2$$

Homogeneous Effects

"Space charge"

Continuum model

$\rho$ ,  $\vec{v}$ , and  $\vec{E}$  are continuous functions of space and time

能量發散

Inhomogeneous Effects

Includes Boersch effect

Discrete, stochastic model

Localized, random individual charges and statistical collisions



元氣生活館 HealthHouse

食物普林含量表

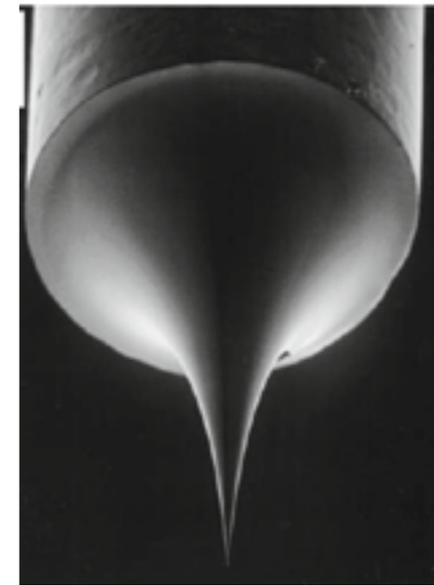
食物類別	第一組	第二組	第三組	第四組
...	...	...	...	...

## B. 場發射電子

- 場發射的原理是在固定電位的條件下，電場在針尖上大幅地增加

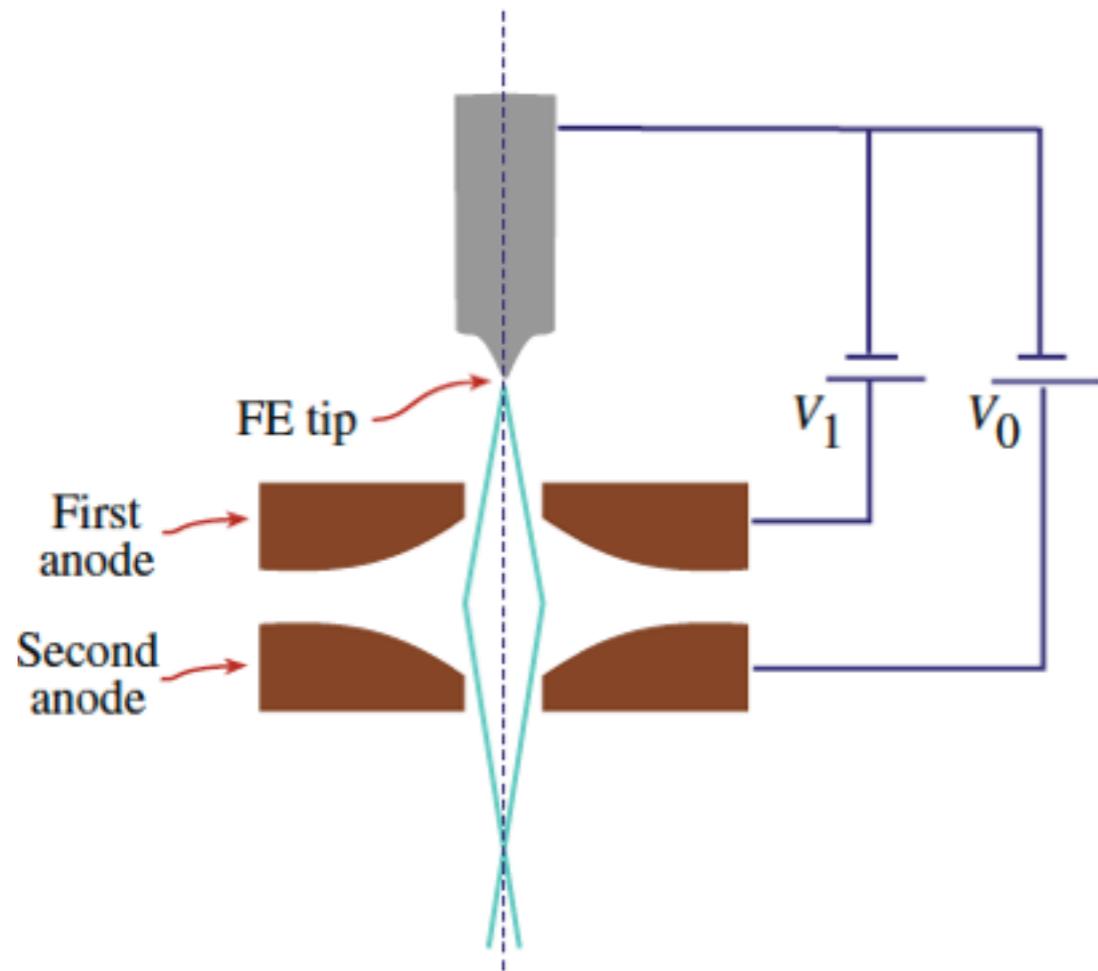
$$E=V/r$$

$r$  是針尖之曲率半徑。



- 一般而言， $r < 0.1\mu\text{m}(1000\text{\AA})$ ，若 $V=kV(1000\text{eV})$ 則 $E=10^6\text{ V/m}$ 如此強的電場將能障降低且變薄，使得電子不必克服能障，而直接穿隧(tunnel)過。
- 因加在針尖上的電場極強，應力極大，因此場發射針尖的材料必須很強。
- 一般使用 $W<310>$ (場發射的性質與 $W$ 的結晶方向有關)

# 場發射槍



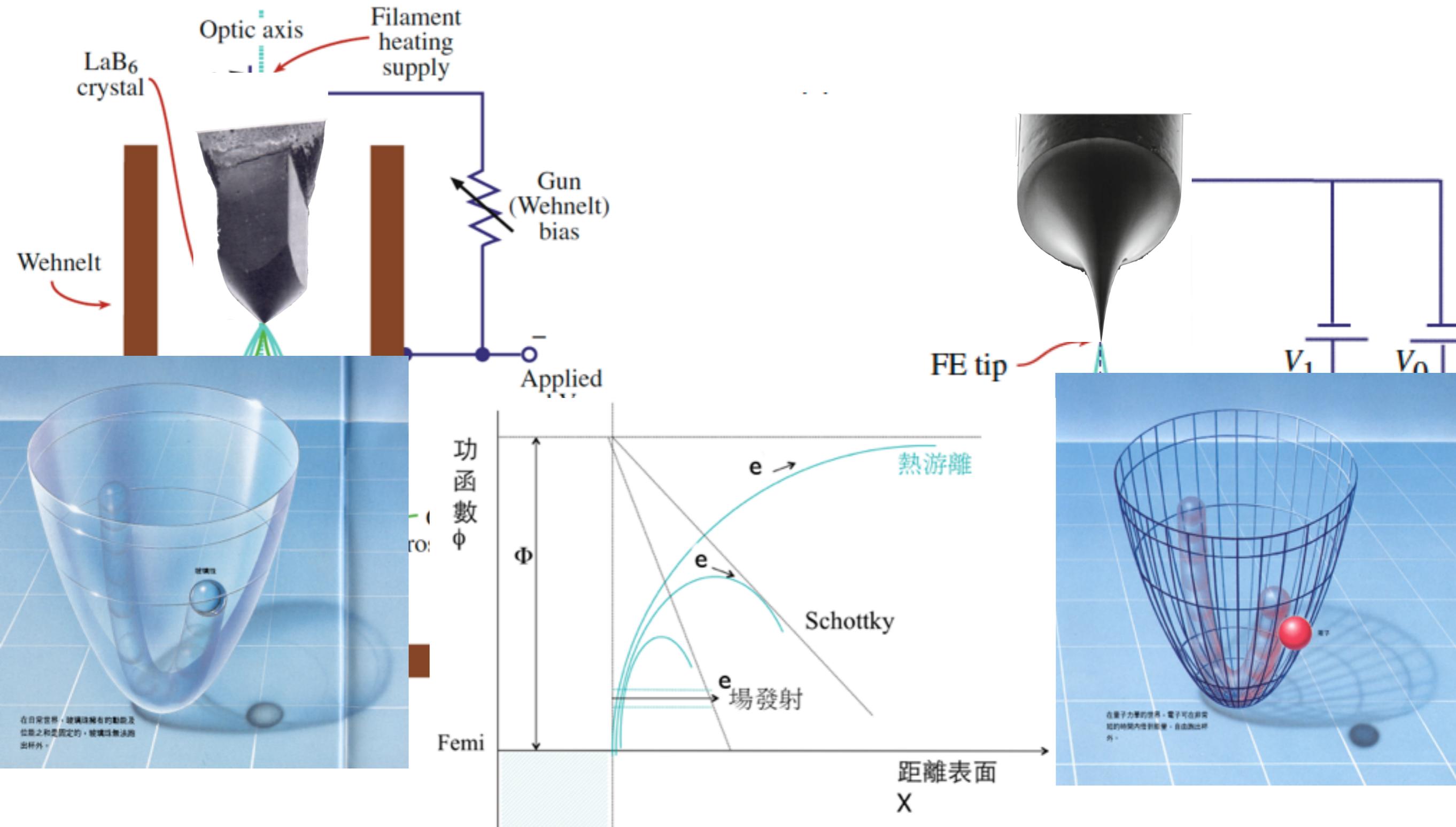
$V_1$  = 幾kV: extraction voltage 萃取電壓

$V_0$  = 100kV or more: accelerating

voltage(加速電壓)

- $V_1$ 及 $V_0$ 的組合類似靜電透鏡在第二陽極底部產生交叉點。  
 $V_1$ 電壓從針尖將電子萃取出,而 $V_0$ 則用於將電子加速。
- 在 $10^{-7}$  torr的真空下約一分鐘會有一層的污染層吸附在針尖。在 $10^{-10}$  torr的真空下約7小時會有一原子層之污染(增加 $V_1$ 來克服)
- 有必要時必須將針尖加熱使污染蒸發,這步驟稱為“flashing”(5000°K)。
- 熱助式的場發射槍不會產生類似的污染。

# Thermionic Source vs. Field Emission Source



## 2.2. 電子光源的特徵

- A. 輝度(brightness)
- B. 相干性(coherency)
- C. 穩定性(stability)

### A 輝度(brightness)

- 輝度常常與強度(intensity)產生混淆

強度；對光而言是 光子數目/單位面積/單位時間

對電子而言是 電子數目/單位面積/單位時間(偵測器)

(Amper/cm<sup>2</sup>\*sec) detector

輝度； 電子數目/單位面積/單位固體角(光源)

(Amper/cm<sup>2</sup>\*sr) source

# 由以下幾個特來“定量”輝度( $\beta$ )

$$\beta = \frac{i_e}{\pi \left(\frac{d_o}{2}\right)^2 \pi (\alpha_o)^2} = \frac{4i_e}{(\pi d_o \alpha_o)^2}$$

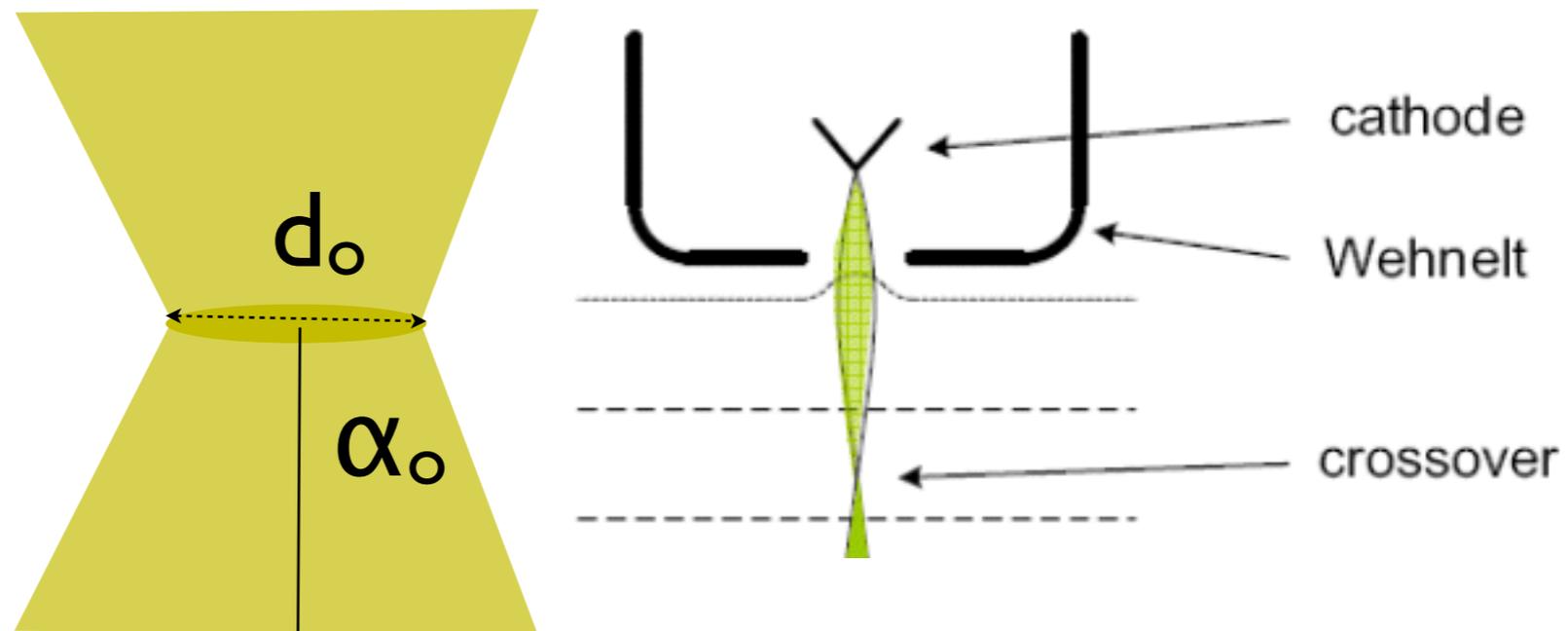
• 事實上， $i_e$ ， $d_o$ 及 $\alpha_o$ 是定義在電子槍內部之“交叉點”(Cross-Over)處

• 射出之電流  $i_e$

• 電子從光源射出的發散半角 $\alpha_o$

電流密度  $i_e \pi^{-1} \left(\frac{d_o}{2}\right)^{-2}$

光源固體角  $\pi \alpha_o$



• 源尺度--燈絲直徑 $d_o$

燈絲半徑( $r_o$ )

交叉點半徑( $d_o$ )

W絲 = 50  $\mu\text{m}$

100  $\mu\text{m}$

LaB<sub>6</sub> = 10  $\mu\text{m}$

10  $\mu\text{m}$

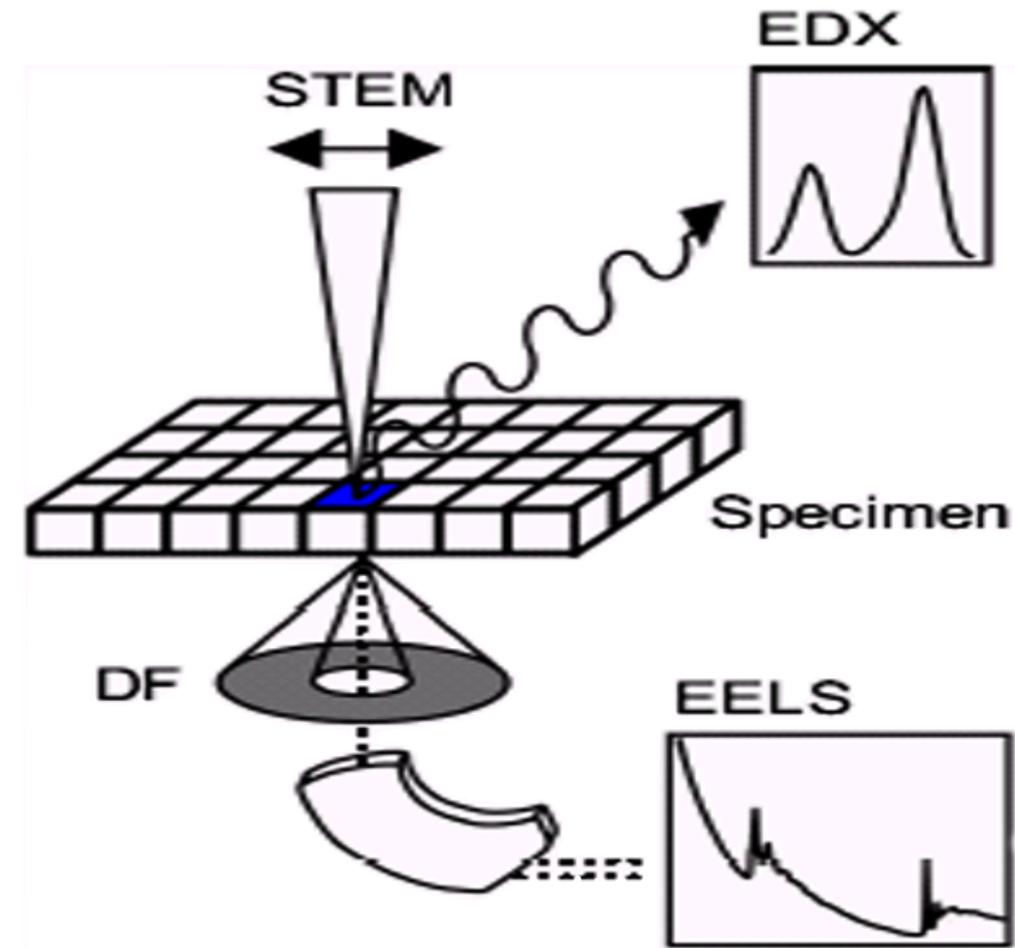
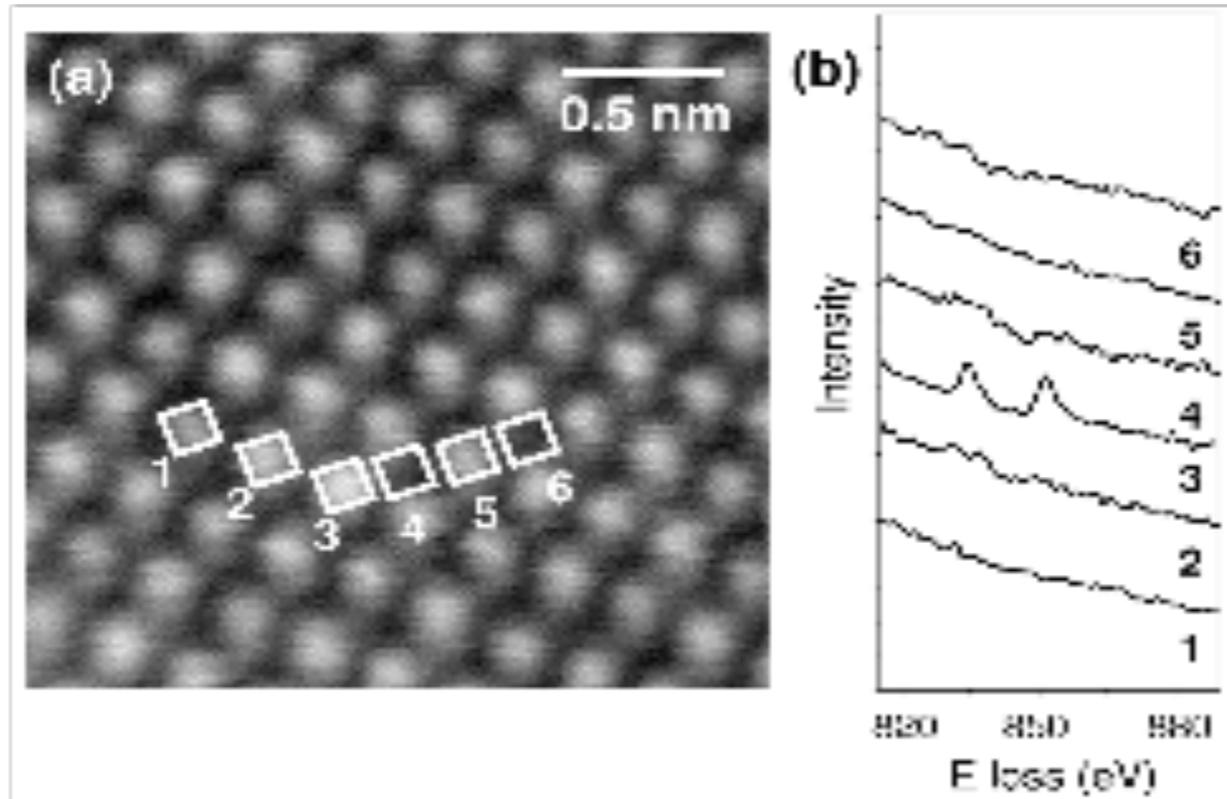
FEG針 < 10 nm

10 nm

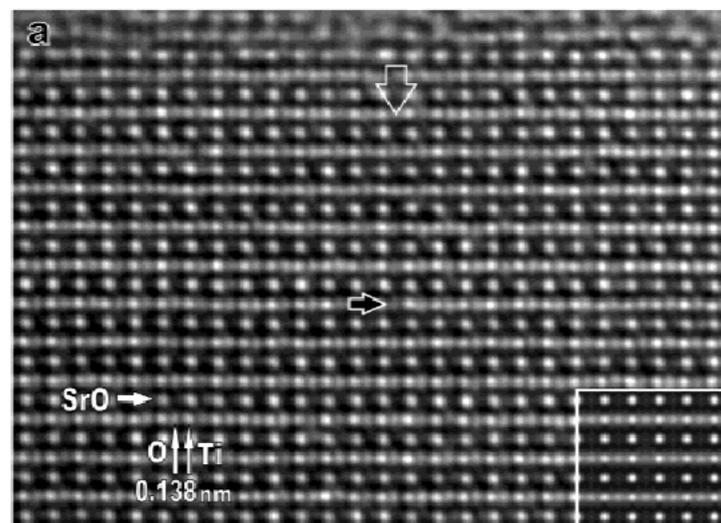
# 高輝度源之優缺點

- 高輝度對“分析式電鏡(AEM)”及“高分辨電鏡(HRTEM)”工作很重要。
- 高輝度可產生強的二次訊號如X-光及非彈性散射電子。  
例如場發射槍電鏡在 1 nm左右的電子束仍可有1nA的電流，因此，可做奈米束的成份分析。（一般而言，X-光及非彈性散射電子訊號很弱）
- 在做Z-contrast時，因在高倍率條件下若有高輝度的光源可縮短拍照時間(?)，以減少樣品飄移之機率。
- \* 做高分辨電鏡時光束散開 (平行光)其單位面積之總電流沒有熱游離槍多,但相干性之優點會提升分辨率

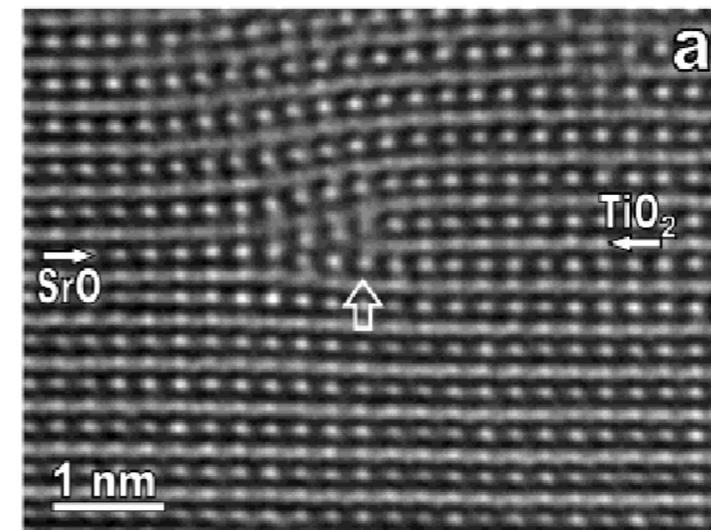
# Single atom spectroscopy



Energy band gap, phonon scattering, electronic structure



SrTiO<sub>3</sub>



## B 相干性及能量發散(Energy Spread)

- 波相干性的良劣決定於
- a) “波長”之相似性 :時間的相干性(Temporal Coherency)和
- b) “光源的尺寸”: 空間的相干性 (Spatial Coherency)

Incoherent radiation



$$I_{N \text{ electrons}} = I_0 \left| \sum_{j=1}^N e^{i\omega\tau_j} \right|^2 \cong I_0 N$$

Examples:

Black body radiation, synchrotron radiation (magnets, undulators), etc.

Coherent radiation



$$I_{N \text{ electrons}} = I_0 \left| \sum_{j=1}^N e^{i\omega\tau_j} \right|^2 \approx I_0 N_c N$$

Examples:

Radars, lasers, etc.

$N_c$  is a number of electrons sitting within the “cooperation” length

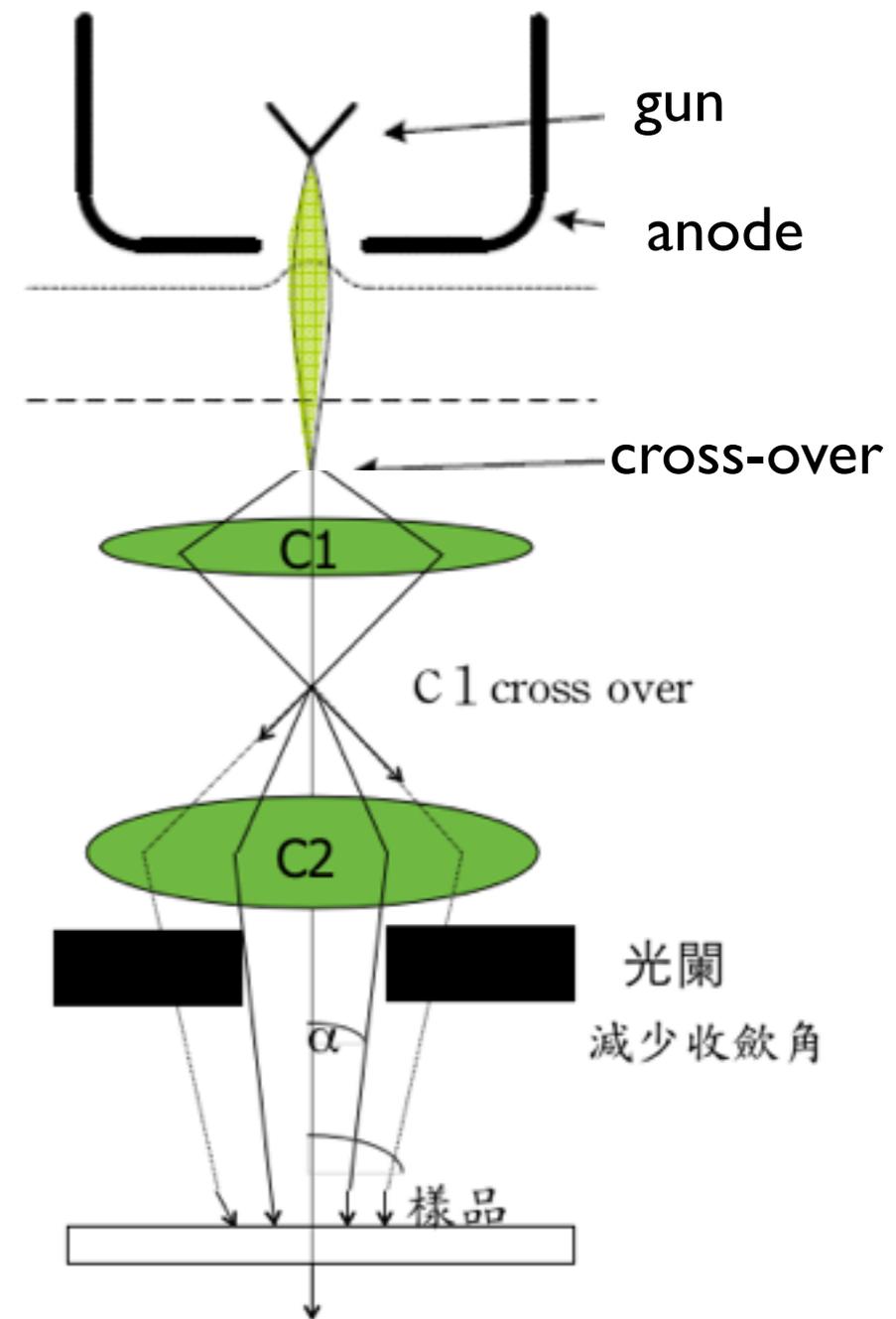
# 空間的相干性

- 波的相干性亦決定於“光源的尺寸”。 (Spatial Coherency)空間的相干性
  - 完美的相干性意涵著電子是由“點光源”發出。
  - 愈小光源相干性愈好。
  - 定義可產生相干輻照的有效光源尺寸， $d_c$

$$d_c \ll \frac{\lambda}{2\alpha}$$

$\lambda$ 是波長， $\alpha$ 是光源輻照在樣品的展角。

- 我們可以藉由控制 $C_1$ 交叉點(spot size)及光闌之大小來控制 $\alpha$ 角
- $\alpha$ 愈小則空間的相干性愈佳。(但輝度降低，因為限制了部份的電子通過光闌， $i_e \downarrow$ )



# 時間的相干性

1. 白光是非相干性(incoherent)--因為它包含的光子(photon)具有一個範圍的波長(顏色)(能量發散的範圍大)
2. 單頻光(monochromatic)的相干性最佳。

定義相干長度

$\nu$ 是電子波的頻率

$\Delta E$ 是能量發散

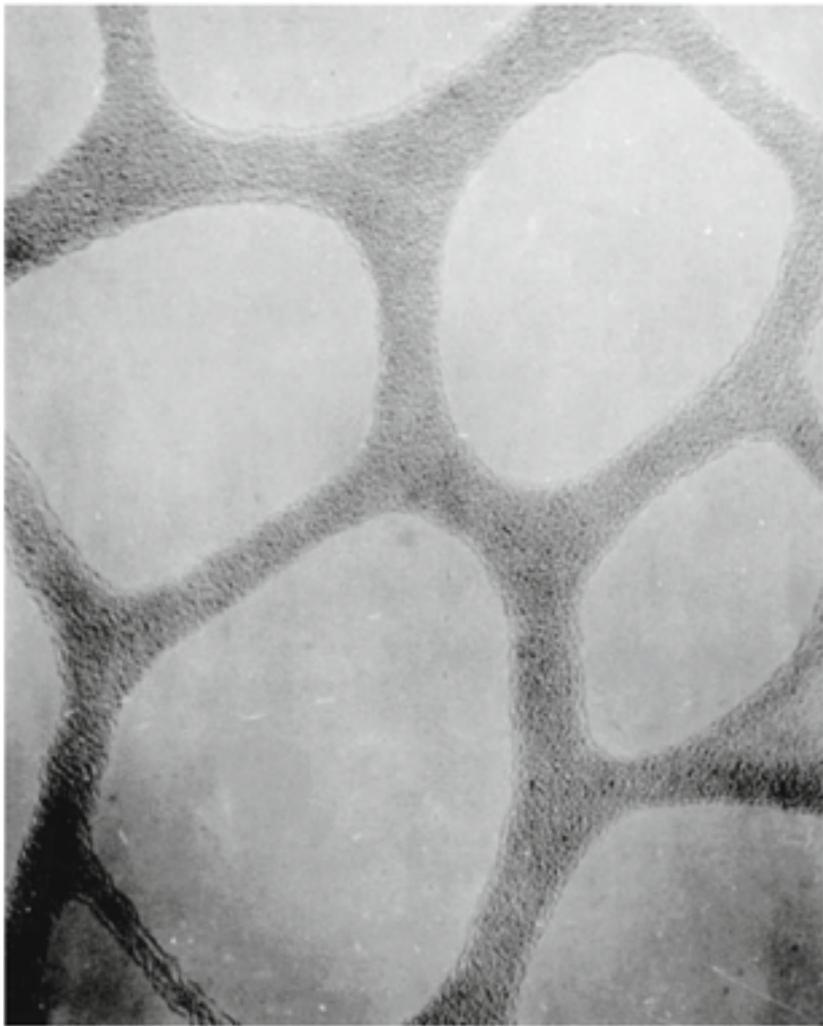
$h$ 是蒲郎克常數

$$\lambda_c = \frac{h\nu}{\Delta E}$$

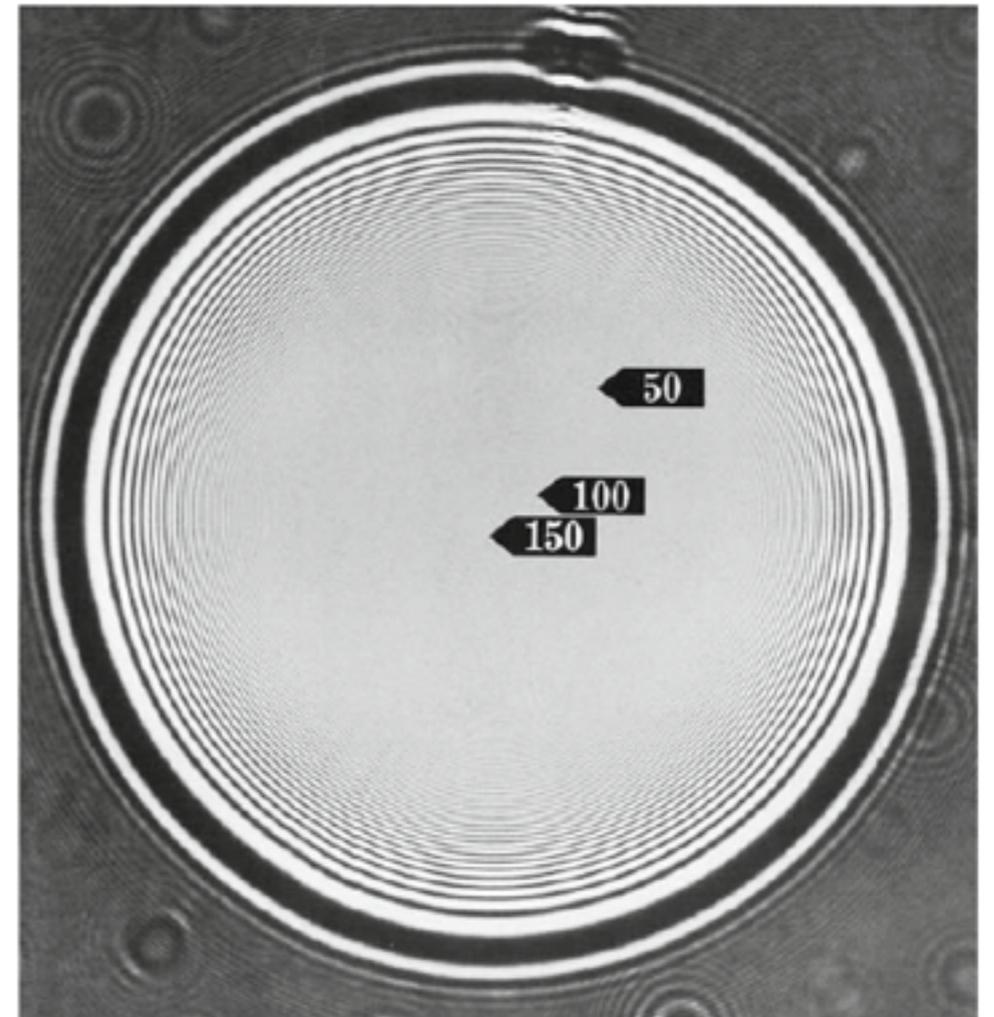
- 我們需要有非常穩定的高壓供應(High Tension),使得發射的電子有很小的 $\Delta E$  (電子槍偏壓大時,  $\Delta E$ 小)
- 在實際上,我們現階段在技術上仍無法產生完美“單頻光”,電子能量有一小範圍(0.1~0.3ev)近似單頻光.

# • 電子光束相干性愈好

- 高分辨原子像的“分辨率”愈佳，品質愈好。
  - 繞射花樣愈清楚。
  - 影像對比愈好。
- (小光圈,對比高,影像清晰)

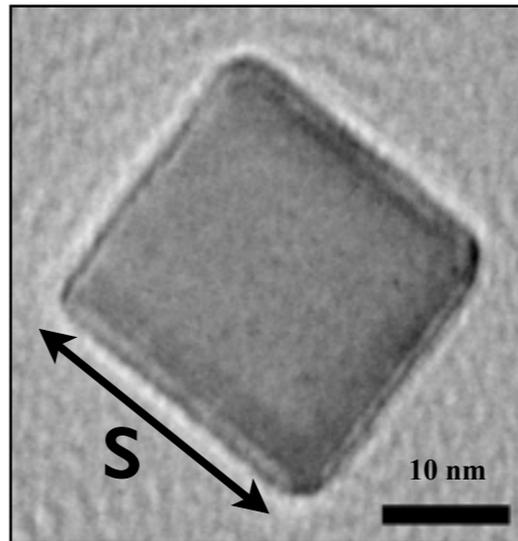


Poor coherence

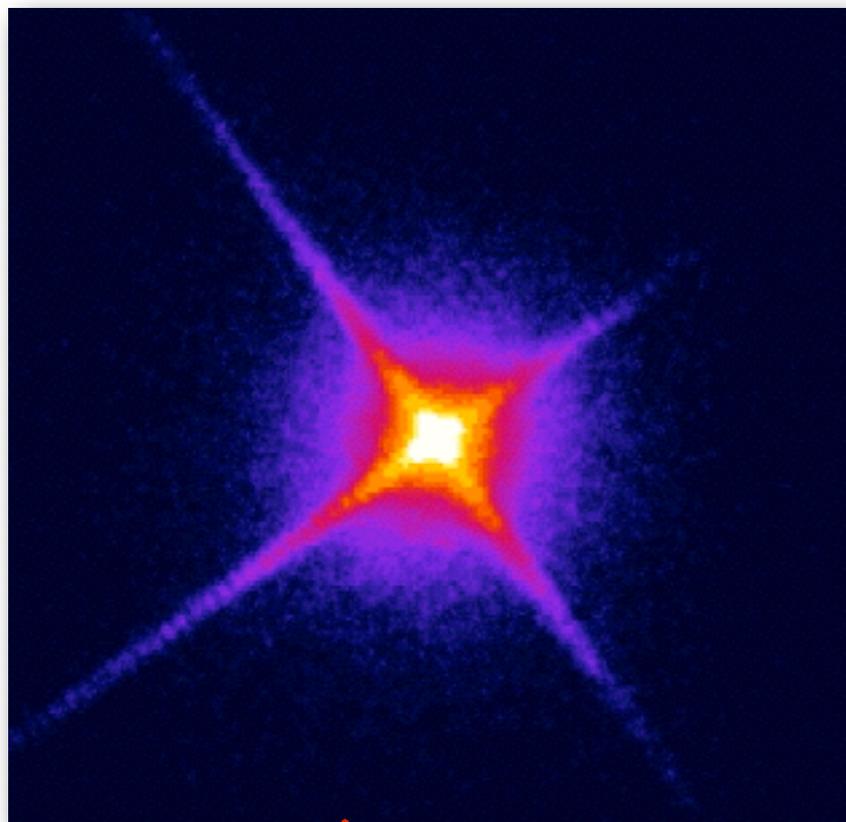


Good coherence

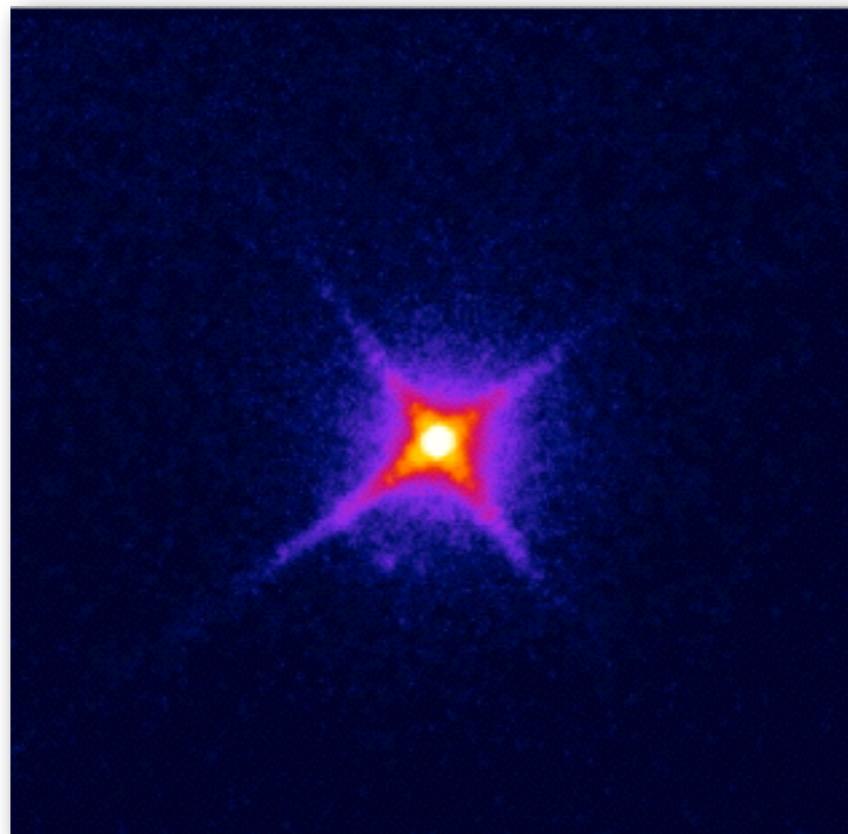
# Diffraction spot from a nano-MgO particle



$d_c > s$



$d_c \sim s$



$d_c < s$



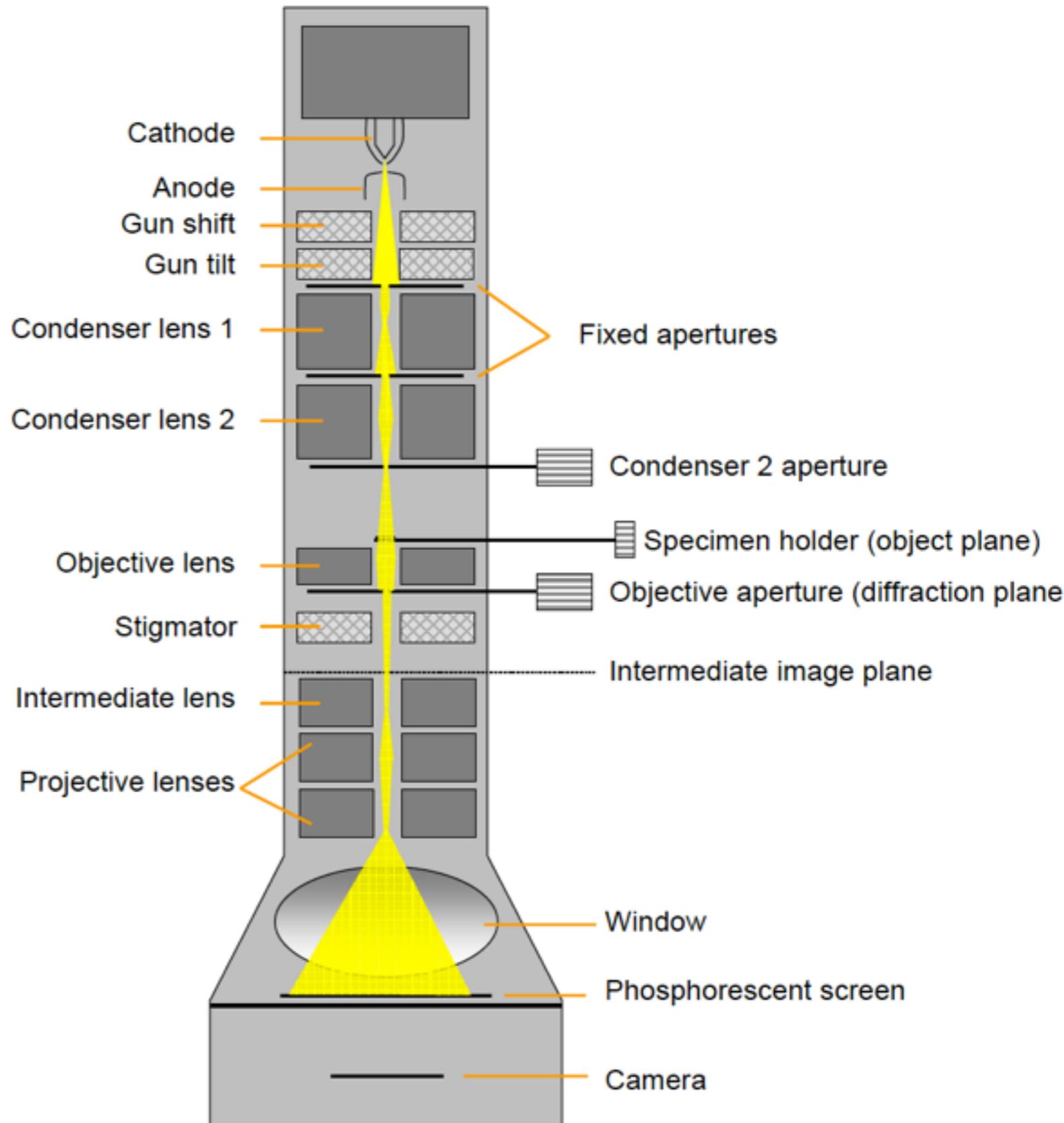
increase of spatial coherency  $d_c$

# 提昇相干性

(Spot Size)

(brightness)

- 使用小光源de--場發射槍光源
- 使用強的聚光鏡 (C1, spot size)
- 使用小光闌以降低 $\alpha$ 角
- 假使光源尺寸大(例外w絲)則降低加速電壓以增加波長。

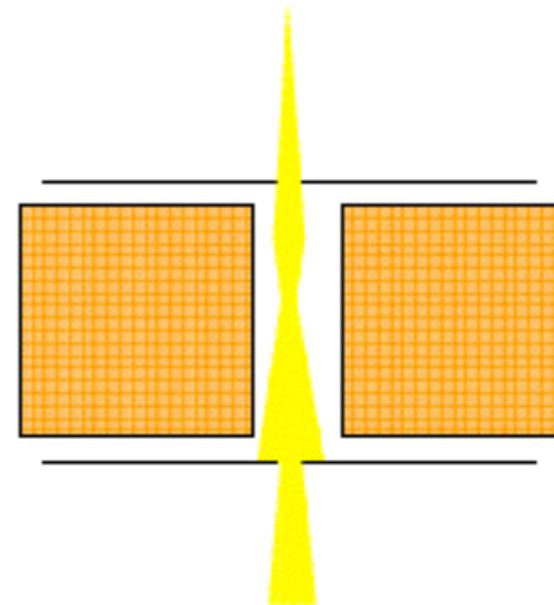
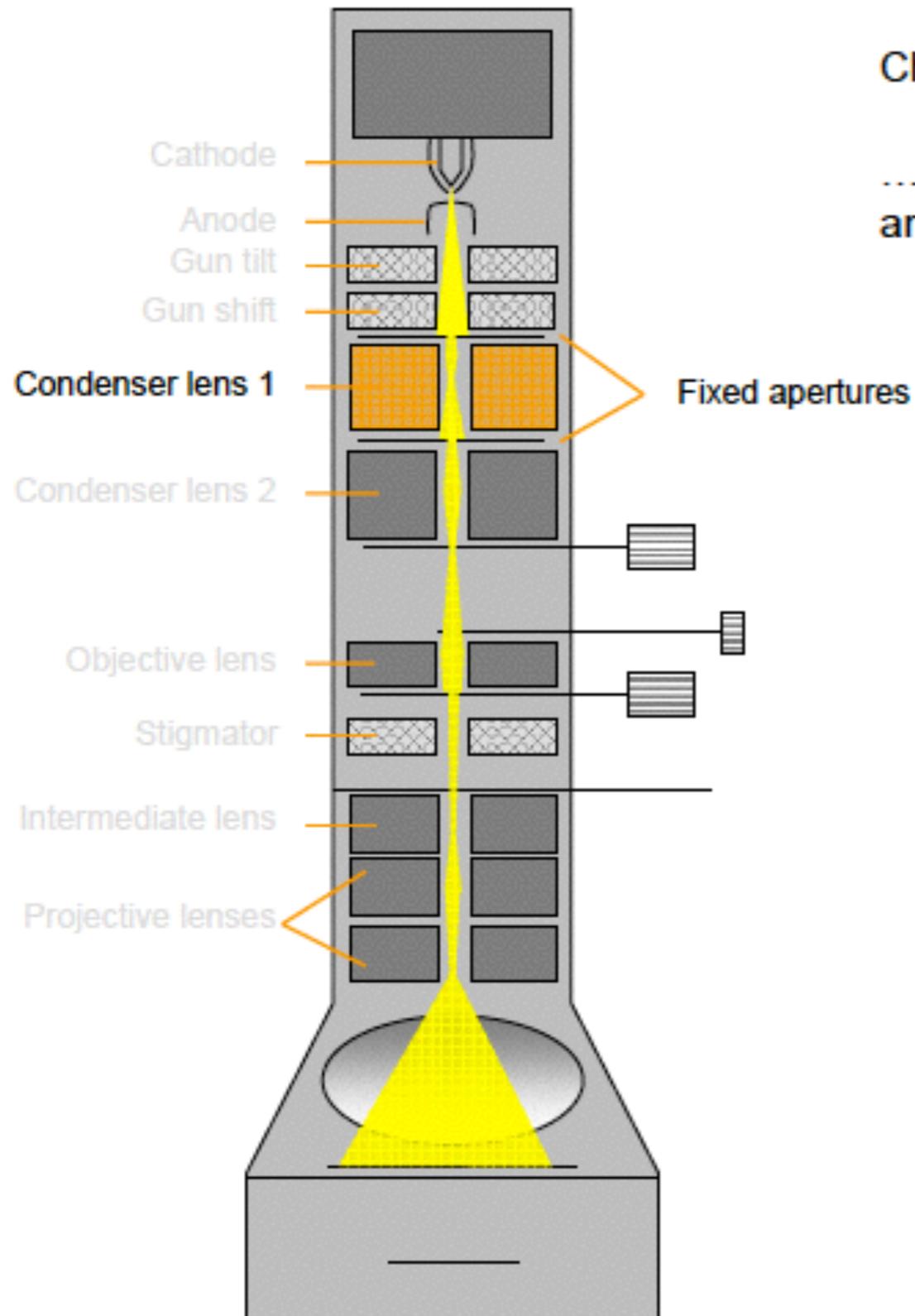


小光束比大光束有更好的相干性

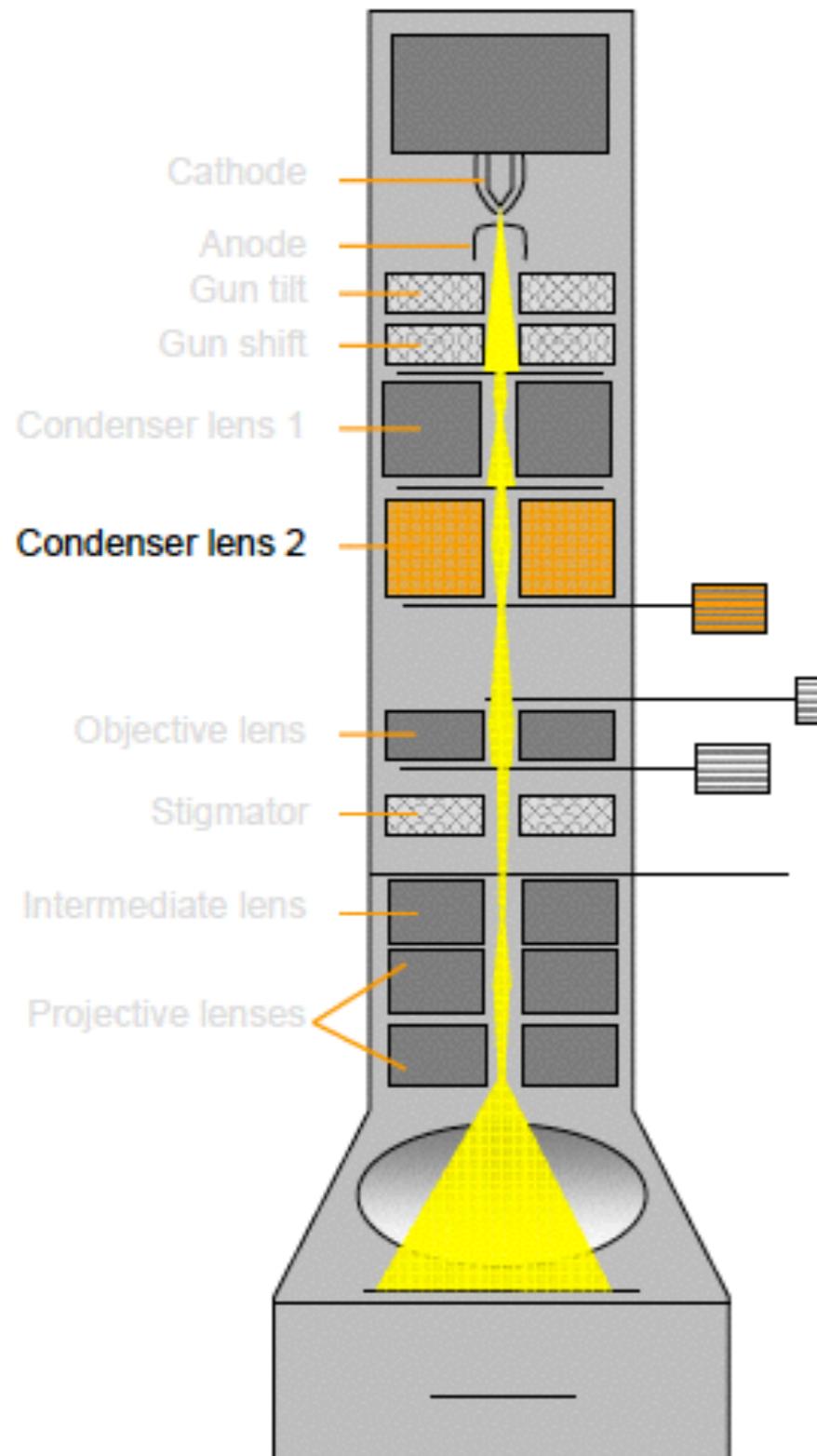
# Condenser lens 1 and fixed apertures

Changing the current of the condenser lens 1

...defines the amount of electrons passing the fixed aperture and entering condenser lens system 2

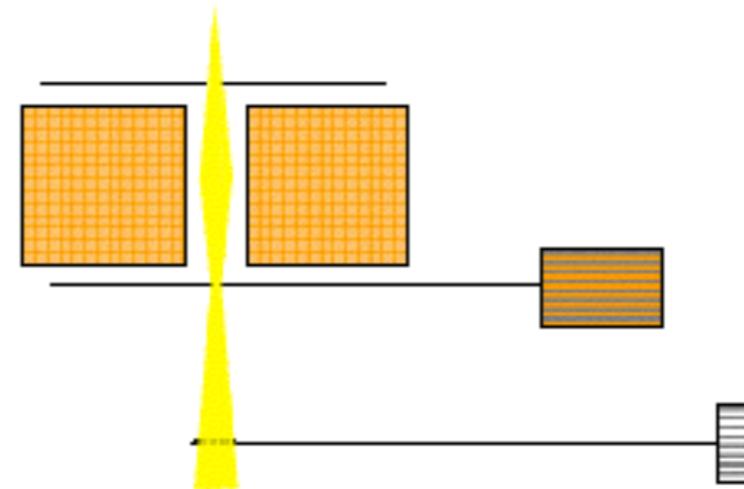


# Condenser lens 2 and condenser aperture



Changing the current of the condenser lens 2 determines the size of the beam spot on the specimen and therefore the brightness

The size of the condenser aperture determines the total amount of electrons reaching the specimen.





c1

c2

元氣生活館 HealthHouse

食物普林含量表

# C 穩定性

- 除了高壓的穩定性外，從光源射出的電流必須穩定
  - 曝光時間穩定
  - 微區成份分析(定量)，訊號強度穩定。
- 一般而言，熱游離光源除了剛換燈絲及燈絲快斷掉時才  
不穩定外，1% / 小時的電流穩性是可預期的。
- 冷場光源較不穩定，在UHV的環境下可改善。

## 冷場(cold-field-emission)與熱場(hot-field-emission)

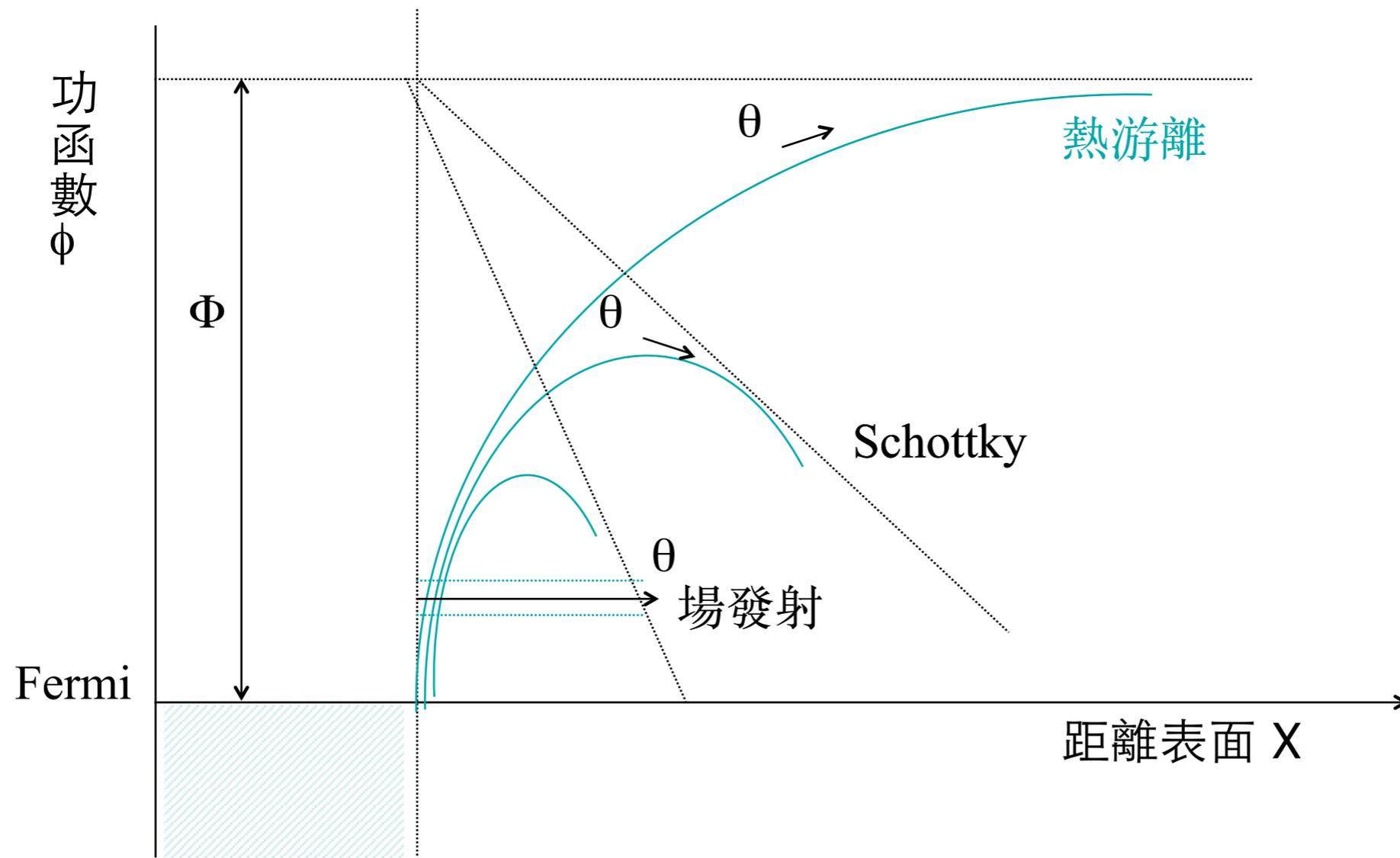
- 為了使針尖表面污染或氧化，而影響場發射槍電流的穩定性，一般場發射槍都是處於“超”高真空UHV( $10^{-11}$  torr)
- 假使鎢針是在“室溫”的條件操作，我們稱之為“冷場”(cold-field-emission)
  - 須要較好真空
  - 針尖易被污染
  - 發射電流較不穩，會隨時間遞減，不方便做成份定量。
  - 每隔幾小時，需要將鎢絲加熱至高溫，將污染物蒸發掉，這步驟稱為“flashing”。

# FEG TEM 之劣點

- 對於一性的電鏡工作，一個場發射槍電鏡並不那麼理想。  
因為其光源太小，當必須要輻照(觀察) 大面積時，電流密度(在螢幕上的強度) 會降低。(在這種情況之下使用  $\text{LaB}_6$  的光源是最好。)
- FEG 需要在超高真空(UHV)的條件下操作，而超高真空的術是非常昂貴的，並且也需要一個更高技術的操作者。

# Schottky Gun

- 事實上，對熱場而言熱電子並非真正地“穿隧”(tunnel)過能障。而是在鎢針表面鍍上 $ZrO_2$ 來改善發射的特徵--穩定性，此種 $ZrO_2/W$ 的組合我們稱之為“Schottky”發射針。



## Characteristics of the Three Principal Sources

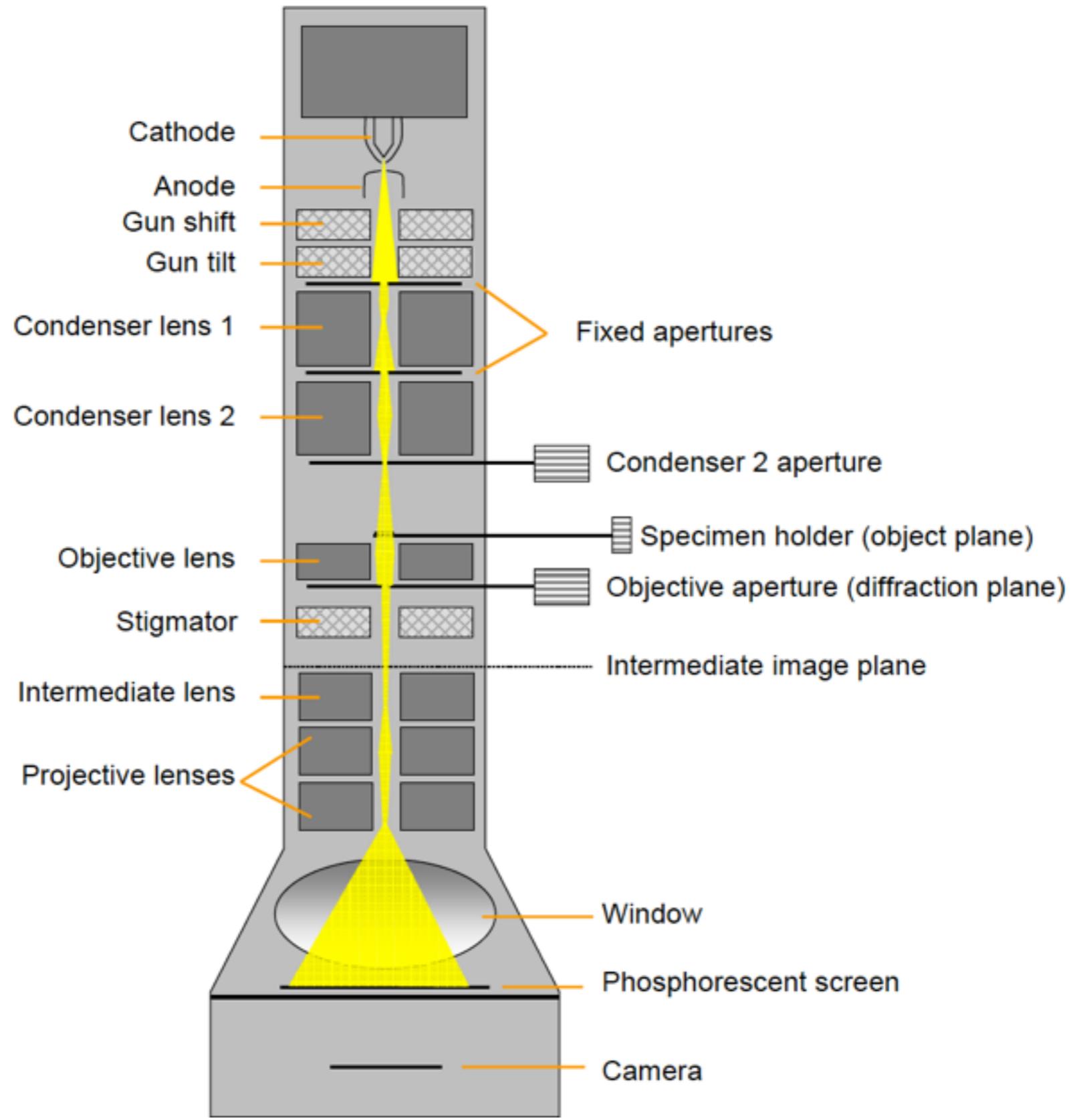
Operating at 100kV

	Units	Tungsten	LaB <sub>6</sub>	Field Emission
Work function, $\phi$	eV	4.5	2.4	4.5
Richardson's constant	A/m <sup>2</sup> K <sup>2</sup>	6 x 10 <sup>5</sup>	4 x 10 <sup>5</sup>	
Operating temperature	K	2700	1700	300
Current density	A/m <sup>2</sup>	5 x 10 <sup>4</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>10</sup>
Crossover size	$\mu\text{m}$	50	10	<0.01
Brightness	A/m <sup>2</sup> /sr	10 <sup>9</sup>	5 x 10 <sup>10</sup>	10 <sup>13</sup>
Energy spread	eV	3	1.5	0.3
Emission current stability	%/hr	<1	<1	5
Vacuum	Pa	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-8</sup>
Lifetime	hr	100	500	>1000

場發射光源具有點光源(好空間相干性)和小能量發散(好能量相干性)

## 2.3 電磁透鏡，光闌及分辨率

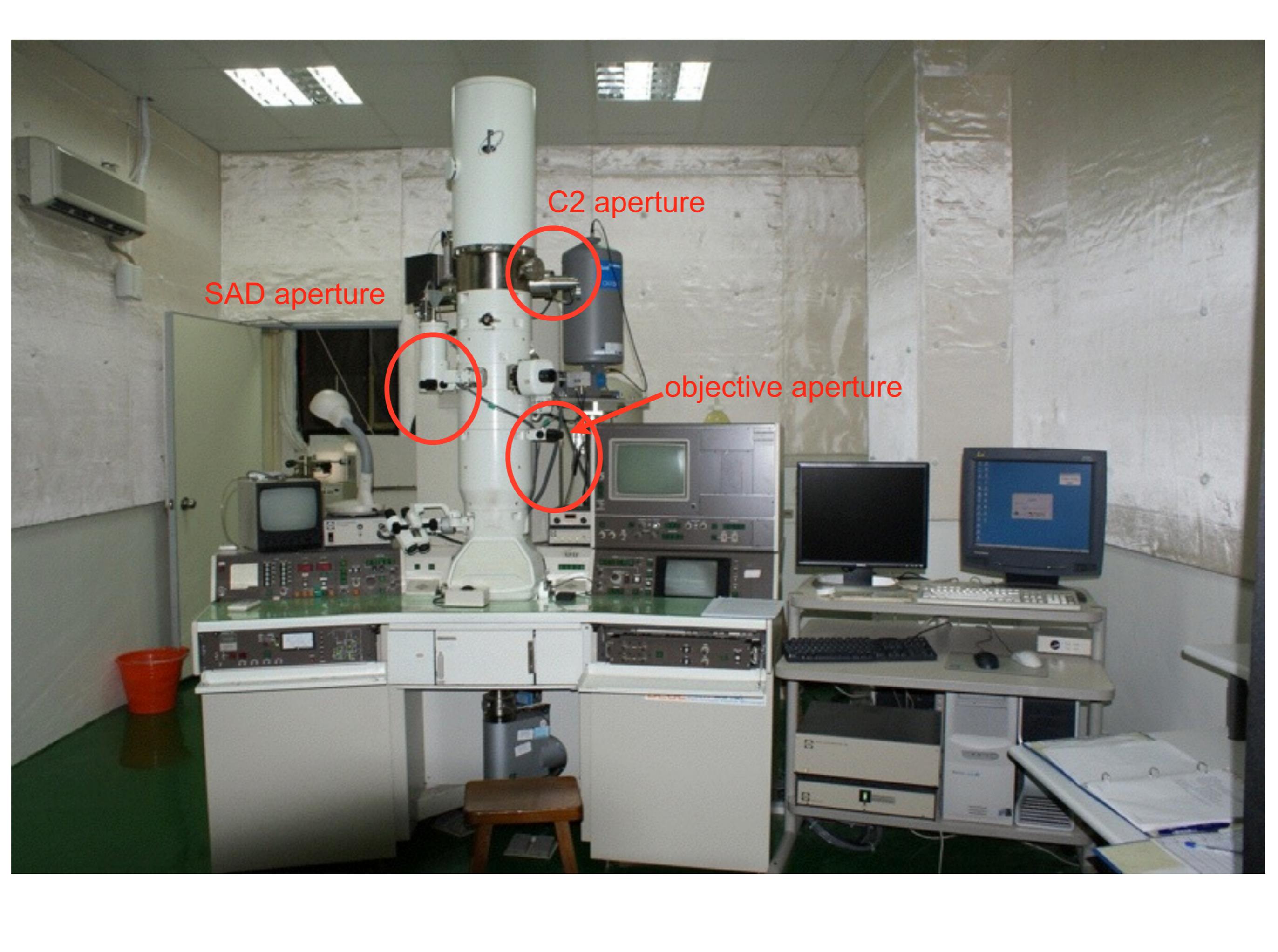
- 在電子顯微鏡我們使用電磁透鏡，相對於光學顯微鏡使用玻璃透鏡。
- 在電子顯微鏡內我們改變透鏡電流(磁場)而可改變透鏡之焦距或放大倍率。在光學顯微鏡，玻璃透鏡之焦距是固定的，我們必須藉移動“物”或“透鏡”來改變聚焦或換透鏡來改變放大倍率。
- 我們也用“光闌”(aperture)來控制光束電流及電子束的收斂角(converge angle)。



SAD aperture

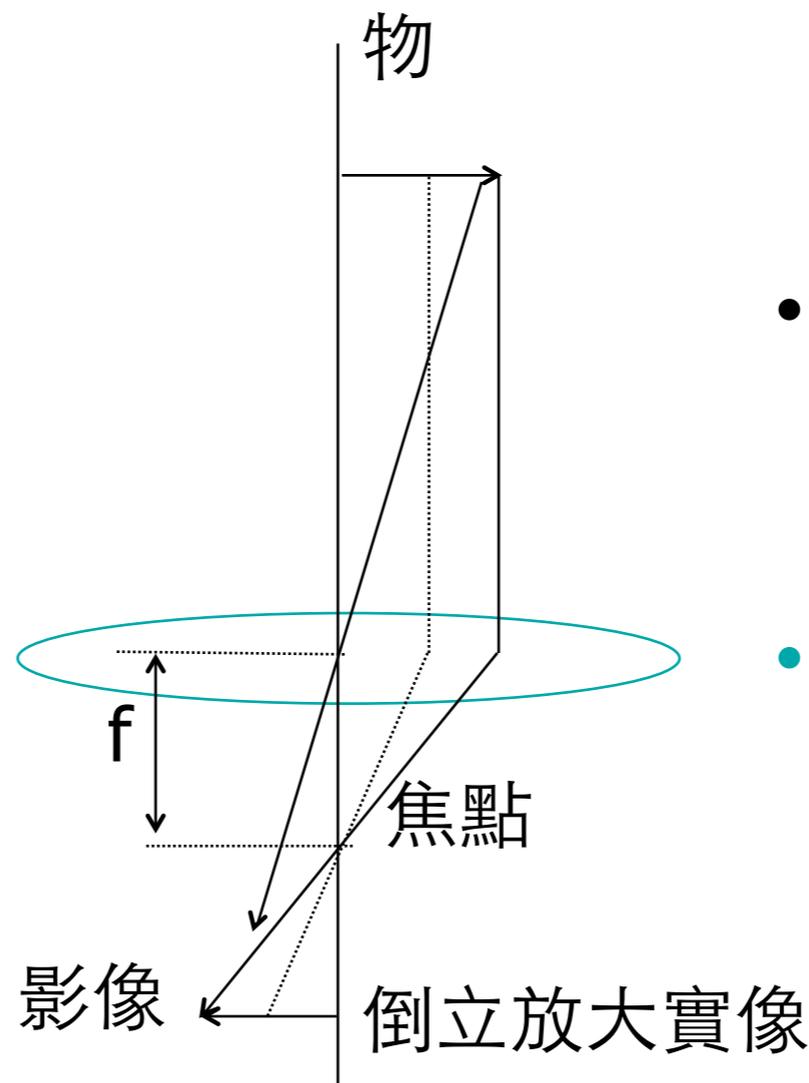
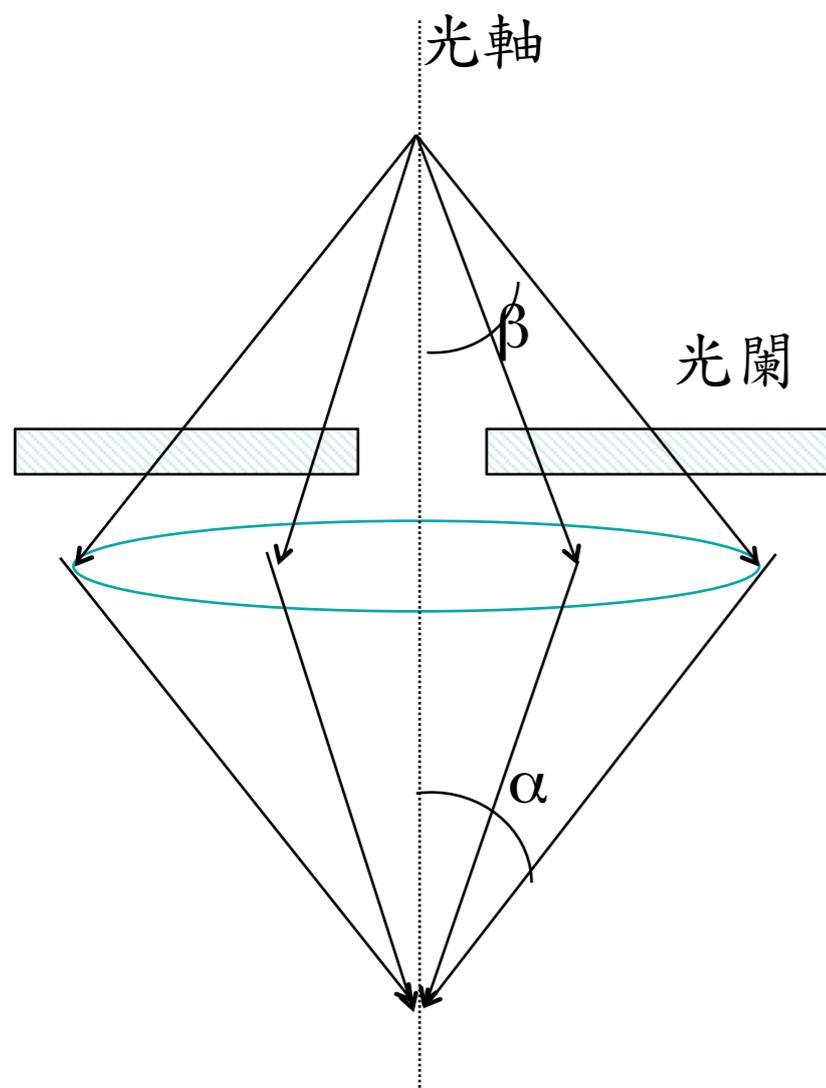
C2 aperture

objective aperture



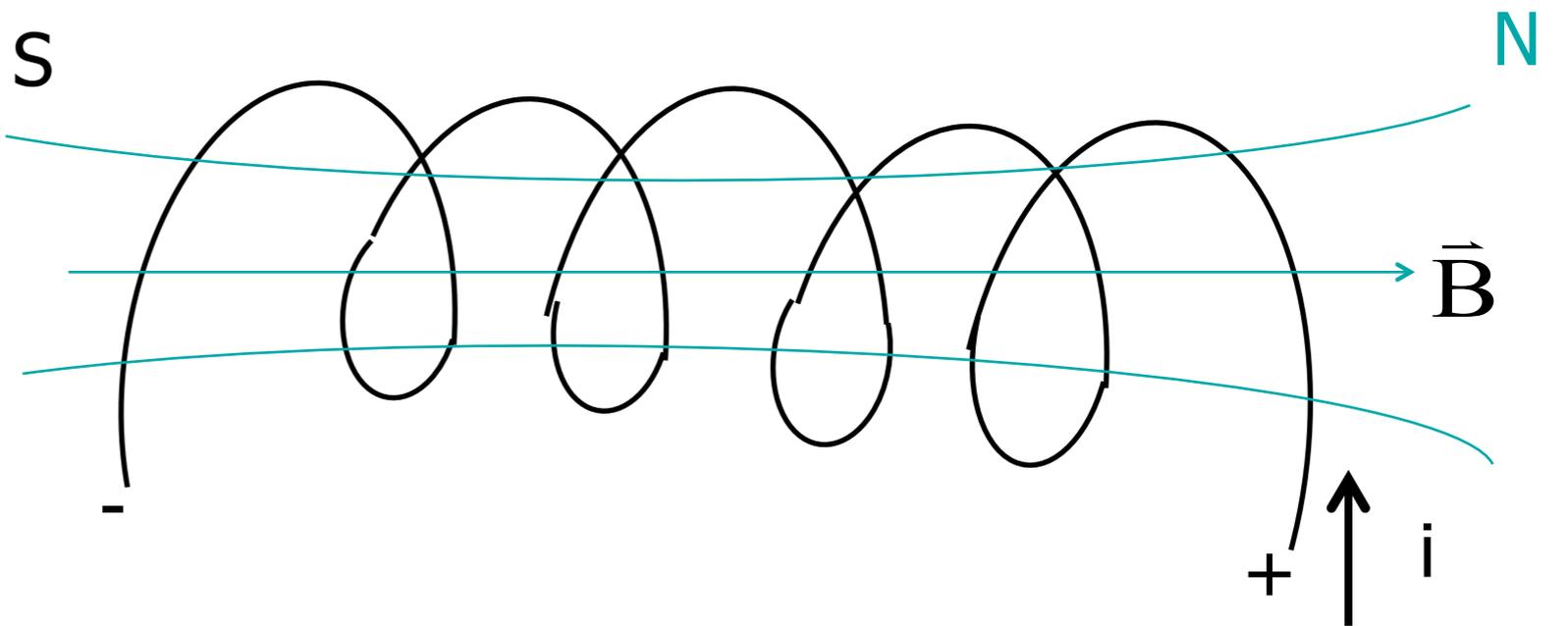
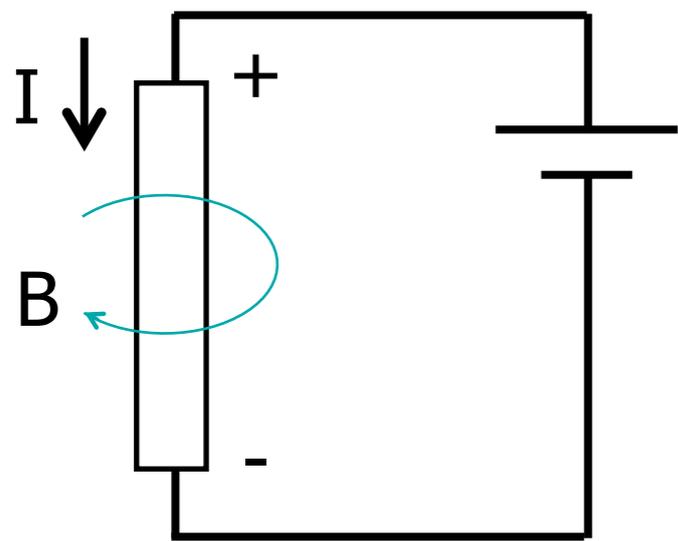
## 2.4. 電磁透鏡(Chap. 6)

- 在電鏡內電磁透鏡的“作用”很像玻璃凸透鏡(收斂透鏡)
  - 平行光將被偏折聚焦在焦點
  - 通過透鏡中心的光束直線通過



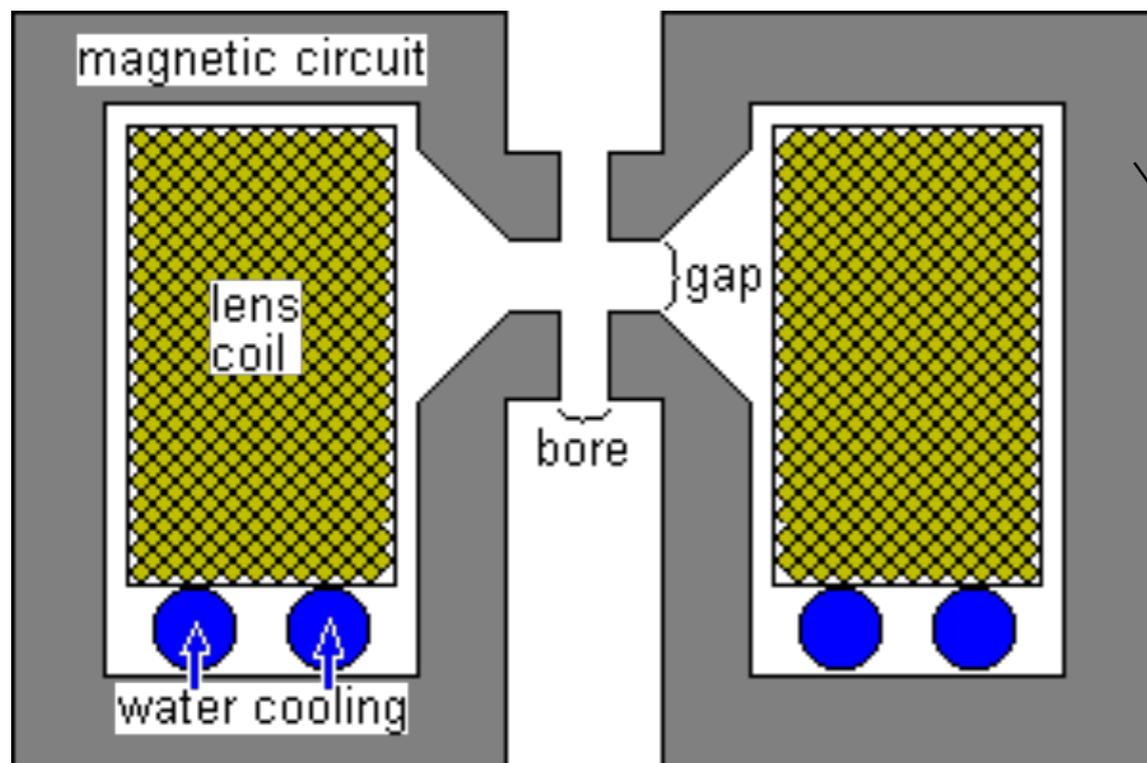
- 事實上，電子在磁場內行進的路徑並非直線。
- 透鏡愈強(磁場愈大，通過透鏡之電流愈大)則焦距愈小。
- 在電鏡的例子， $\beta$ 一般大概是約10 mrad  $\sim$   $0.57^\circ$ 。

# 感應磁場

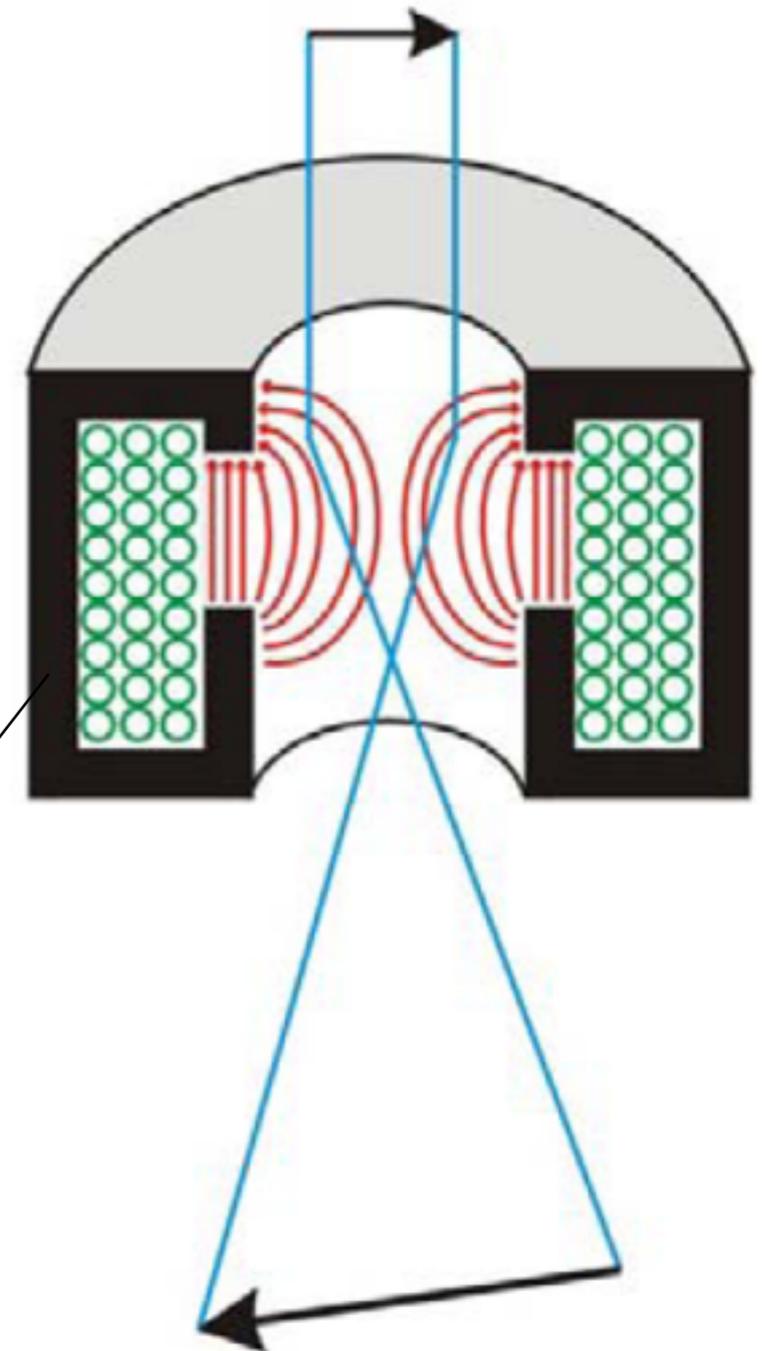


## 2.4.1 電磁透鏡

- 在1927年Busch 首先成功地利用靜電場將電子聚焦 (我們在熱游離式的電子槍章節中已看到此例子)
- Ruska 接著利用電磁透鏡的組合製成電鏡
- 通電流進入銅線圈產生磁場(Z方向)。
- 磁場不均勻，但是軸向對稱。
- 利用電子會被磁場偏折而聚焦之原理 製成電磁透鏡。
- Bore 及 Gap 寬度比影響透鏡之性質。



iron



## 2.4.2 電子在電磁透鏡之路徑

- 電子在磁場中受力F (Lorentz force)

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}), \quad \vec{v} \text{ velocity of electrons}$$

$$\vec{F} \perp (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$|\mathbf{F}| = e v B \sin\theta \quad \theta \text{ 是電子前進方向與光軸之夾角}$$

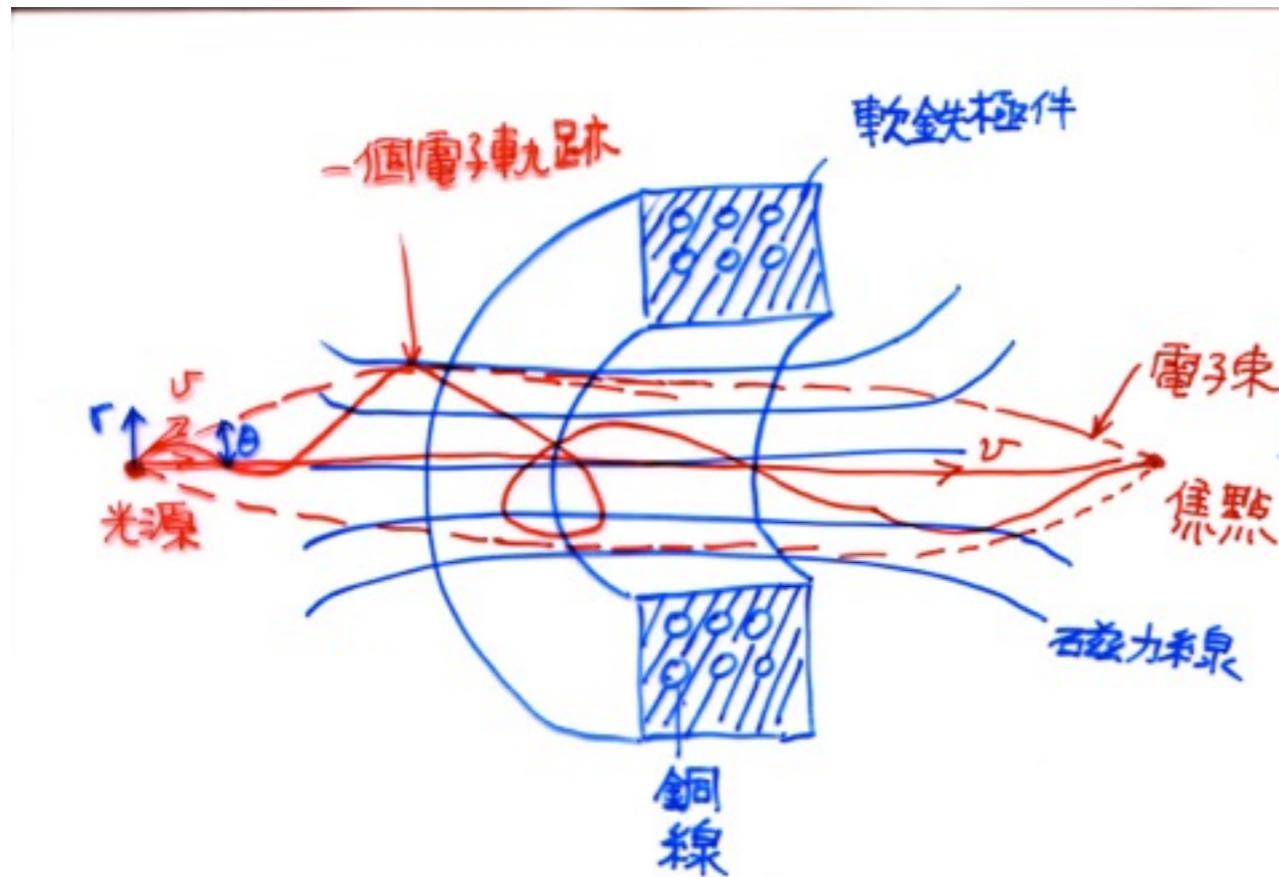
$\theta=0$  電子前進方向與磁場方向平行，不受磁力作用，不被偏折。

$\theta=90$  電子受力最大

$$|\mathbf{F}| = evB = \frac{mv^2}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{mv}{eB}$$

$$\gamma = \frac{3.37 \times 10^{-6} \left[ V \left( 1 + 0.9788 \times 10^{-6} V \right) \right]^{\frac{1}{2}}}{B}, \quad V = 100 \text{Kv}, \quad B = 1 \text{ Tesla}, \quad \gamma \sim 1 \text{mm}$$

- 加速電壓愈高需要更強的磁場才能將電子偏轉。
- 當我們改變電壓透鏡之光學參數亦改變。



$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

$V$  : velocity of electrons

$$\eta = \frac{e}{(2m_0c^2)^{1/2}}$$

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \frac{\eta^2 B^2 r^2}{2V^{1/2}} = 0$$

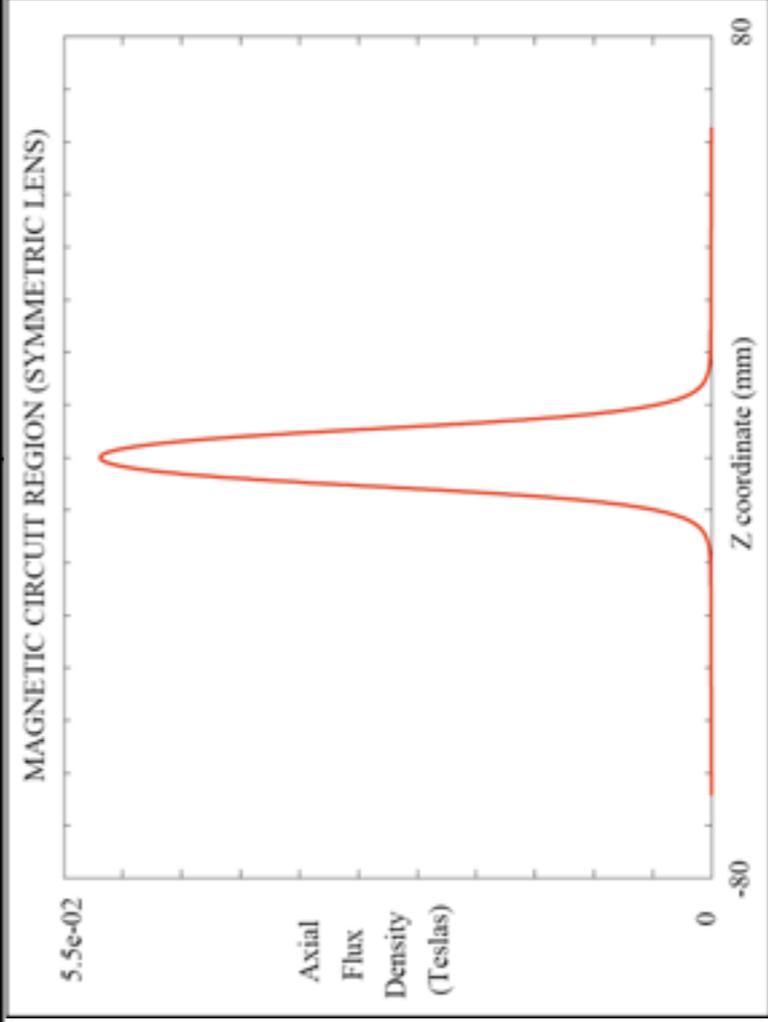
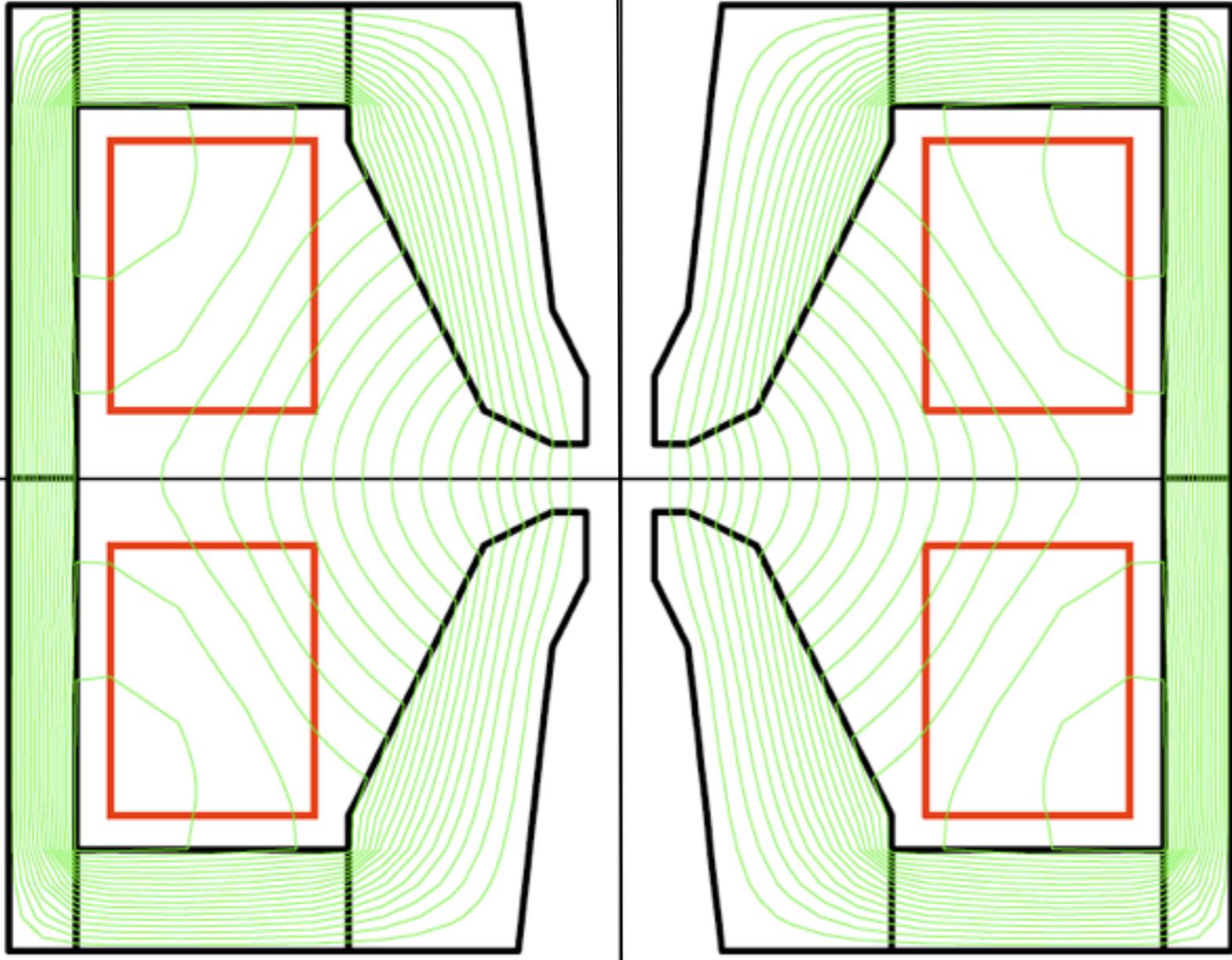
$$\frac{d\theta}{dZ} = \frac{\eta B}{2V^{1/2}}$$

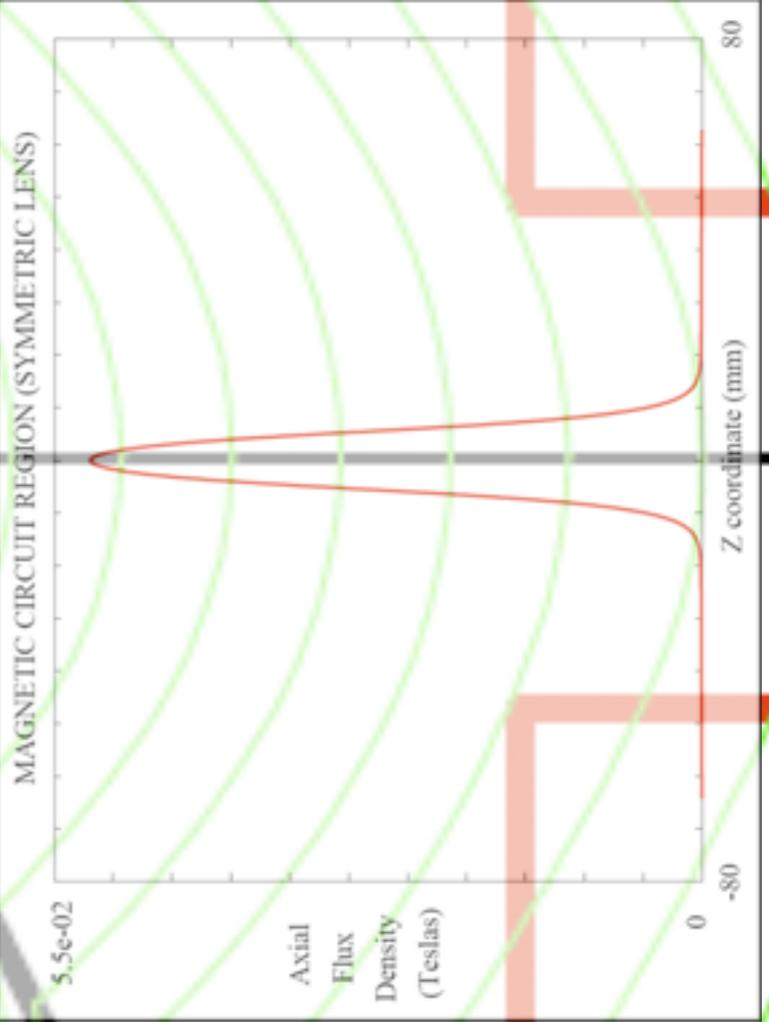
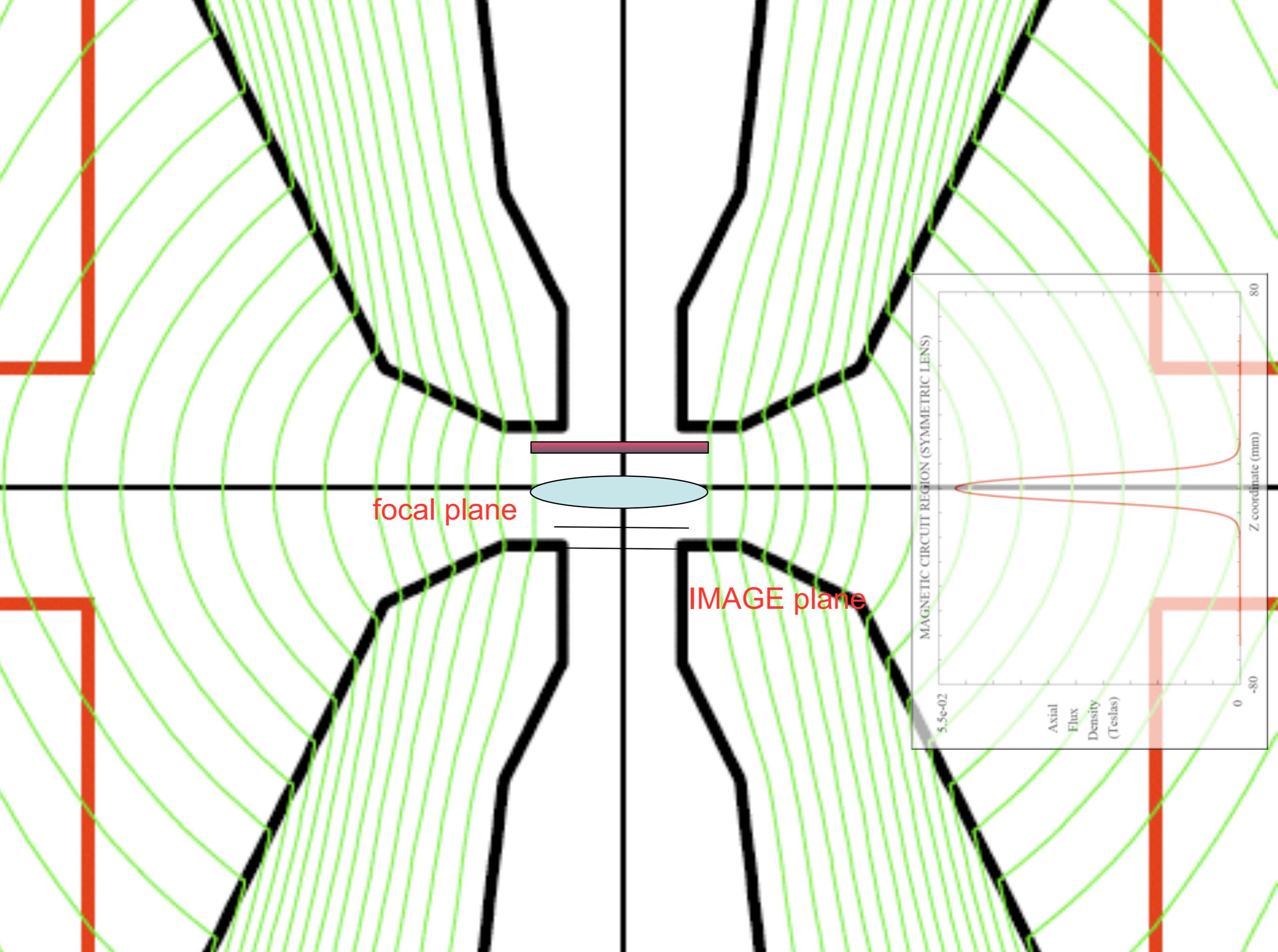
Paraxial Egn.

• 電壓改變,透鏡的光學參數亦改變.電子是粒子,其在電磁透鏡中之軌跡事實上是螺旋式。(hellical)

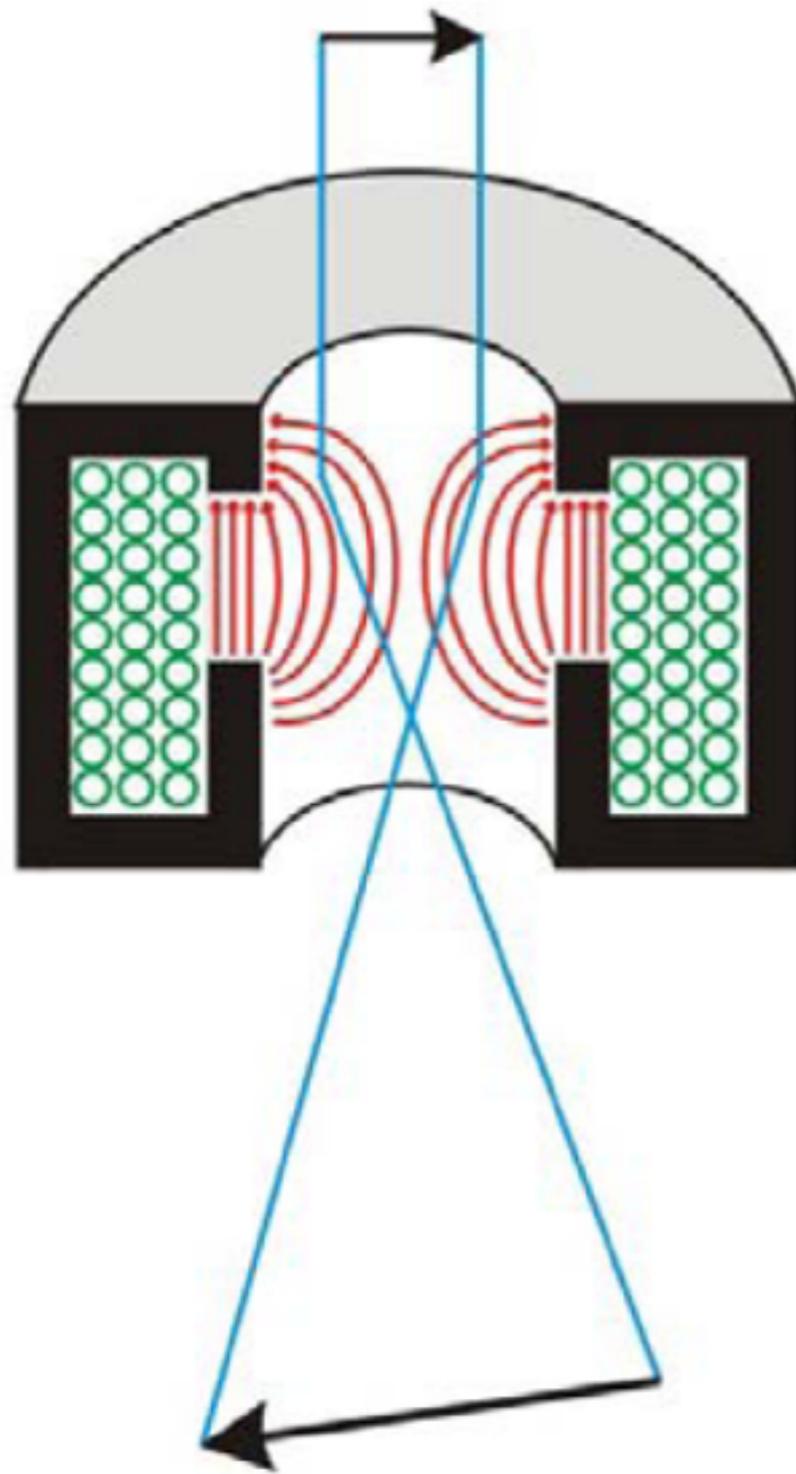
•  $\theta$ 很小(近軸近似!)

•  $B$ 增強  $r$ 及 $\theta$ 的改變量增大,但 $V$ 增大,  $r$ 及 $\theta$ 的改變量變小。





# Magnetic Lens



Object plane

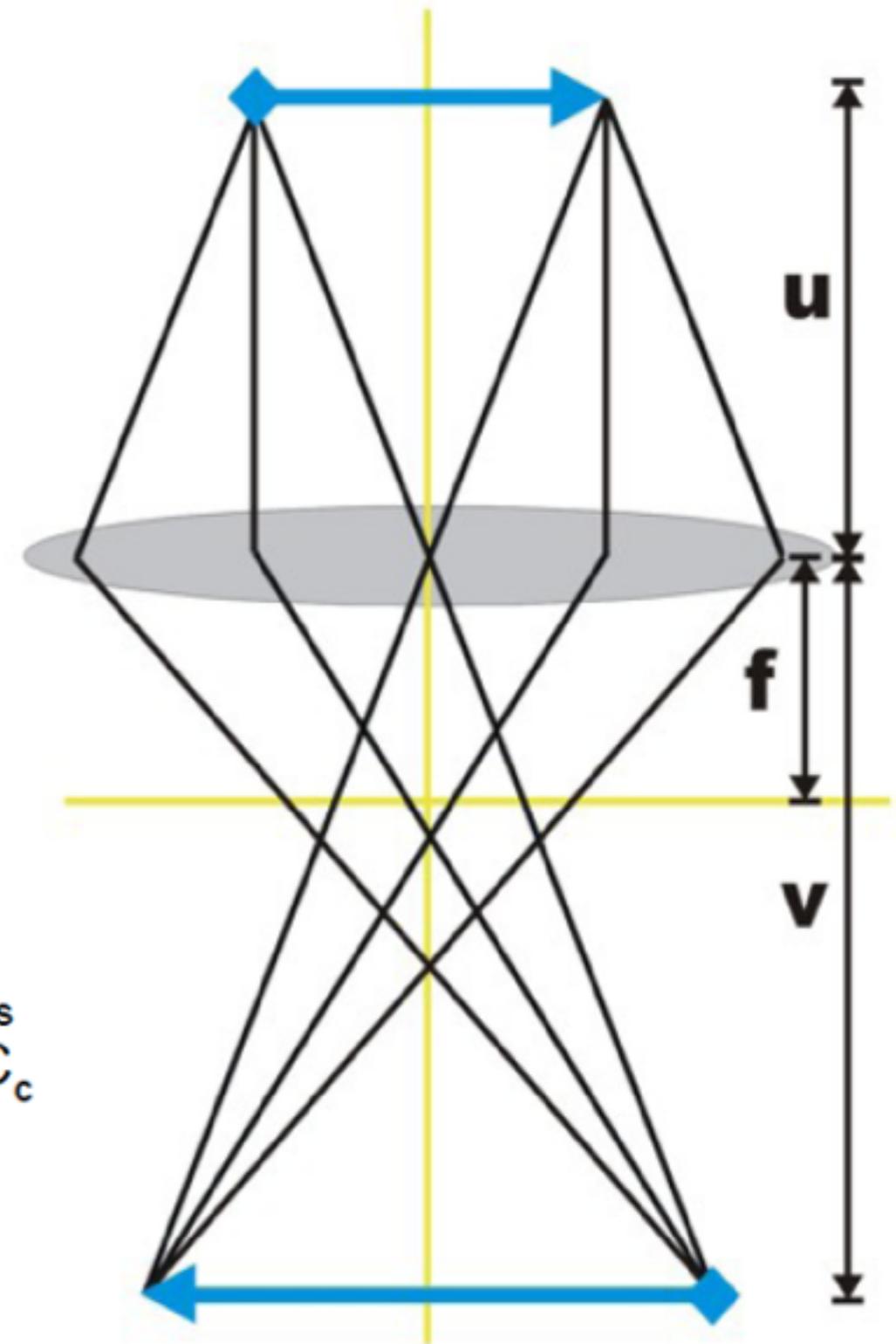
Lens

Back focal plane

**Lens problems:**  
spherical aberation  $C_s$   
chromatic aberation  $C_c$   
astigmatism

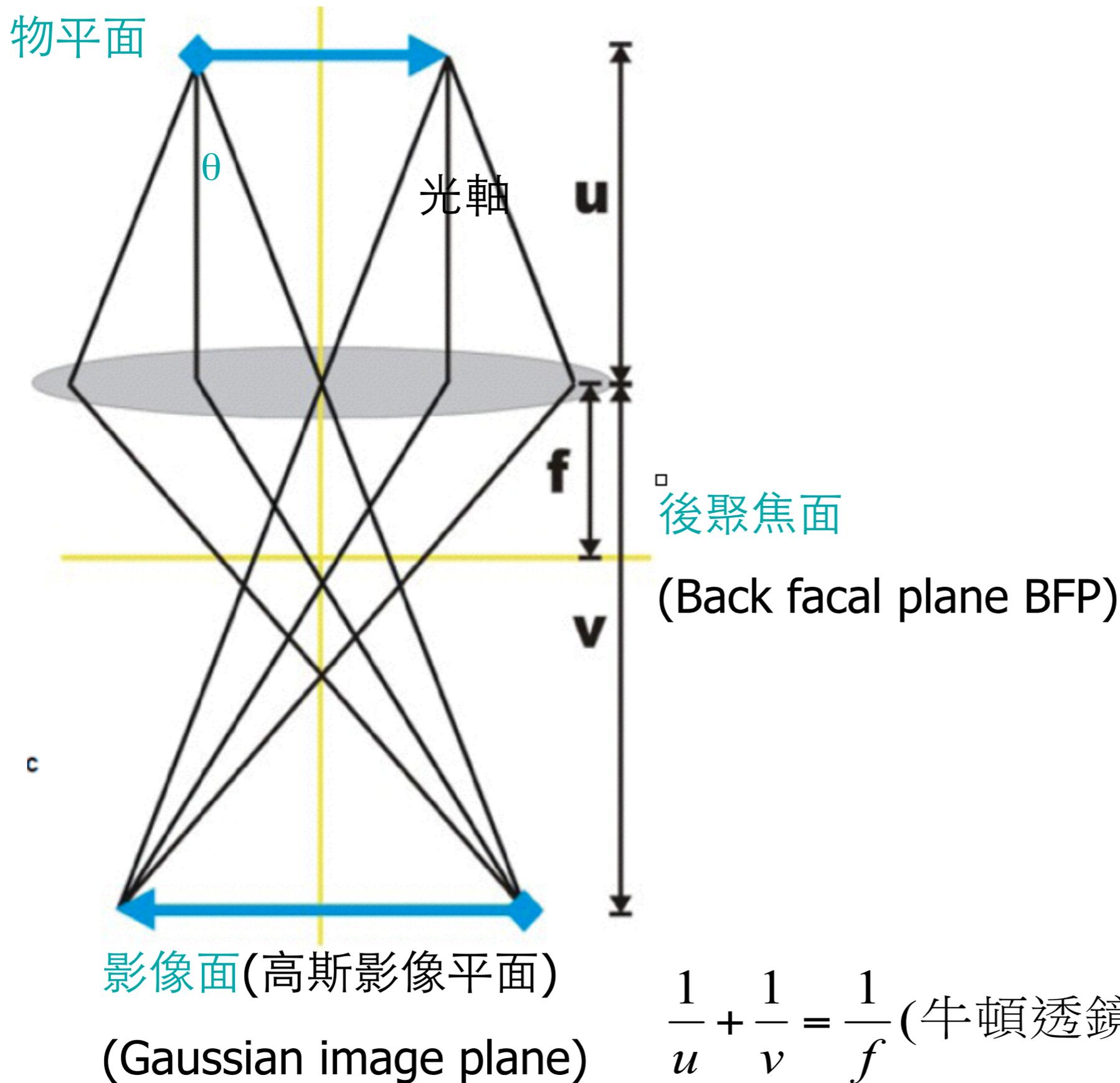
Image plane

# Light optical analogue



Lens equation:  $1/u + 1/v = 1/f$   
Magnification  $M = v/u$

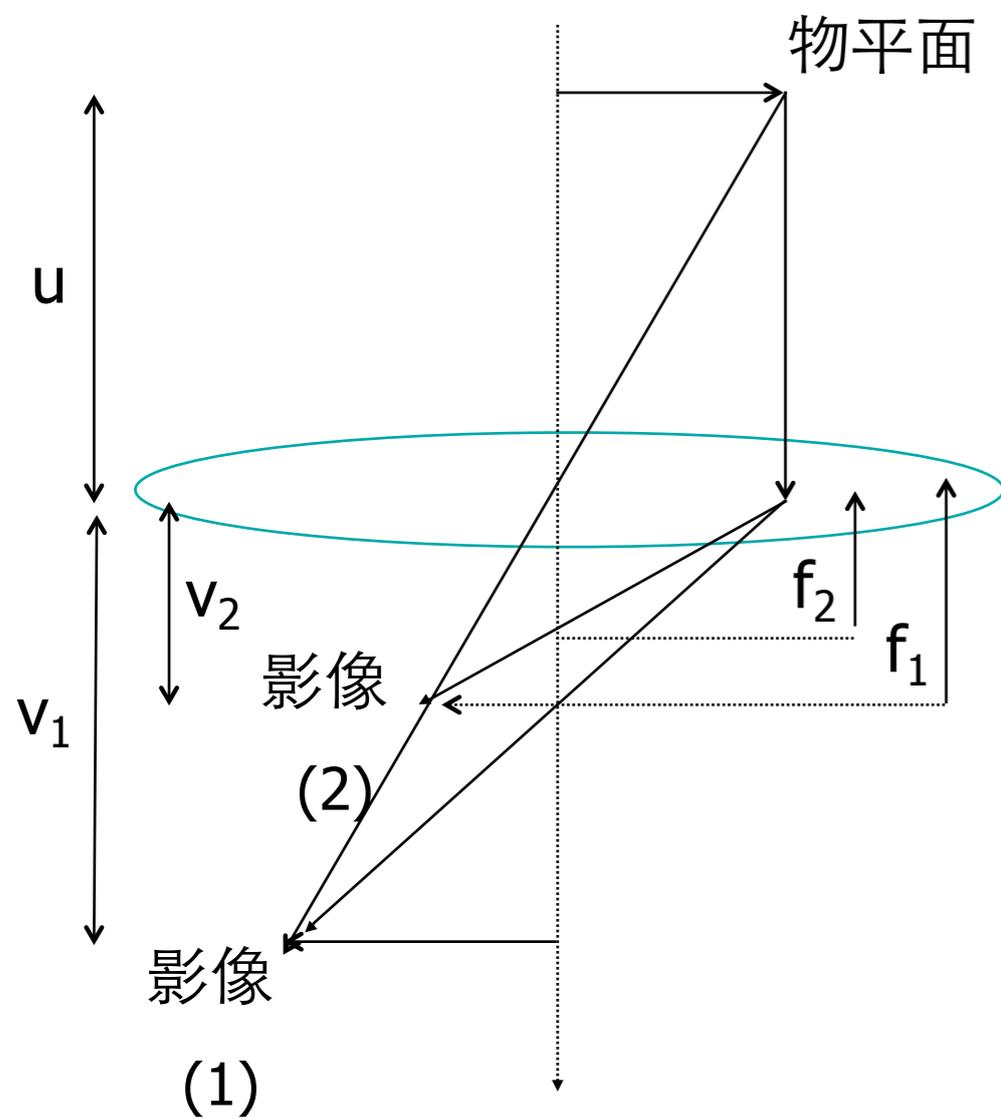
# 幾何光學



- 三個主要光學元素 (Principal Optical Elements)
  - 物平面
  - 後聚焦面
  - 影像面
- 物平面與影像平面稱為共軛平面 (conjugate planes)

- u 物距
- v 像距
- f 焦距
- M 放大倍率

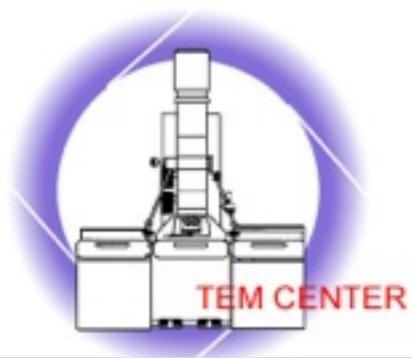
$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (\text{牛頓透鏡公式}, M = \frac{v}{u})$$



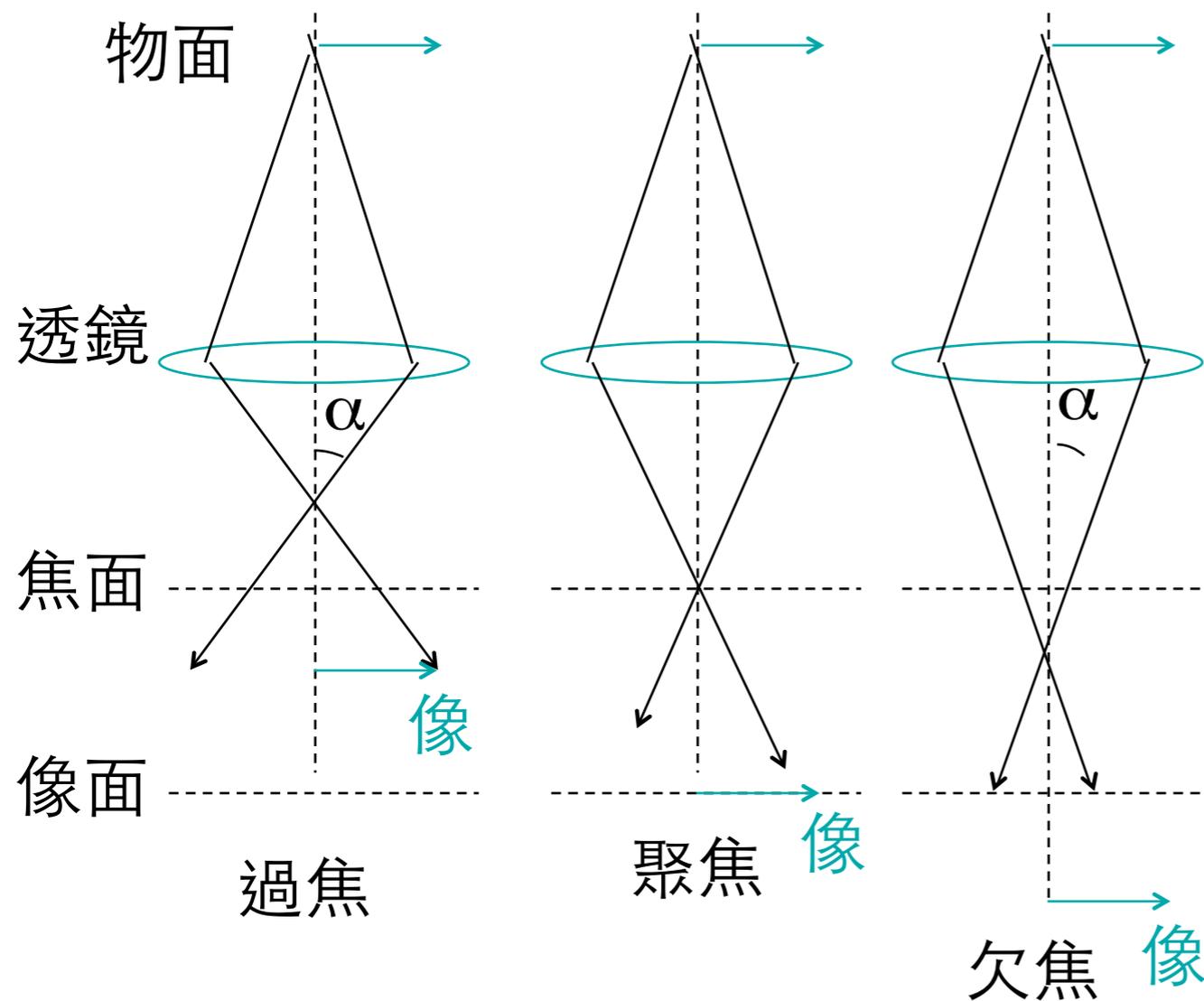
- 基本上通過透鏡磁場變強，透鏡對電子之聚焦能力變強，相對之焦距變短，若物距不變，則像距必須跟著改變短，放大倍率將變小。

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v \downarrow} = \frac{1}{f \downarrow}, \quad \mathbf{M} \downarrow = \frac{v \downarrow}{u}$$

- 若要得到放大的影像u要小，使得M很大。並且重覆使用幾個透鏡組合，以達到高倍率。
- 高倍率並不一定等於高分辨(Resolution)
  - 高分辨與球面像差，欠焦量，源相干性能量發散有關。



- 若透鏡變弱，焦距變長使得聚焦及成像在特定的焦面及像面底下，我們稱為**欠焦 (underfocus)**。



- 若透鏡變強，焦距變短使得聚焦及成像在特定的焦面及像面底下，我們稱為**過焦 (overfocus)**。



FUNCTION

DIFF FOCUS

SCREEN

MAG 1

MAG 2

LOW MAG

SAM  
ROCK

DIFF



SHIFT  
Y



OBJ FOCUS  
FINE — COARSE



STEP



SELECTOR



FILM  
ADVANCE



EXP TIME



DEF  
Y



WOBBLER

IMAGE  
X

IMAGE  
Y

HT

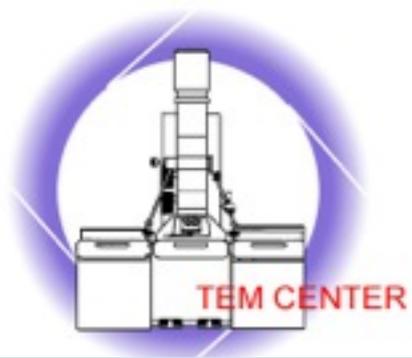


EXP



SHUTTER

AUTO

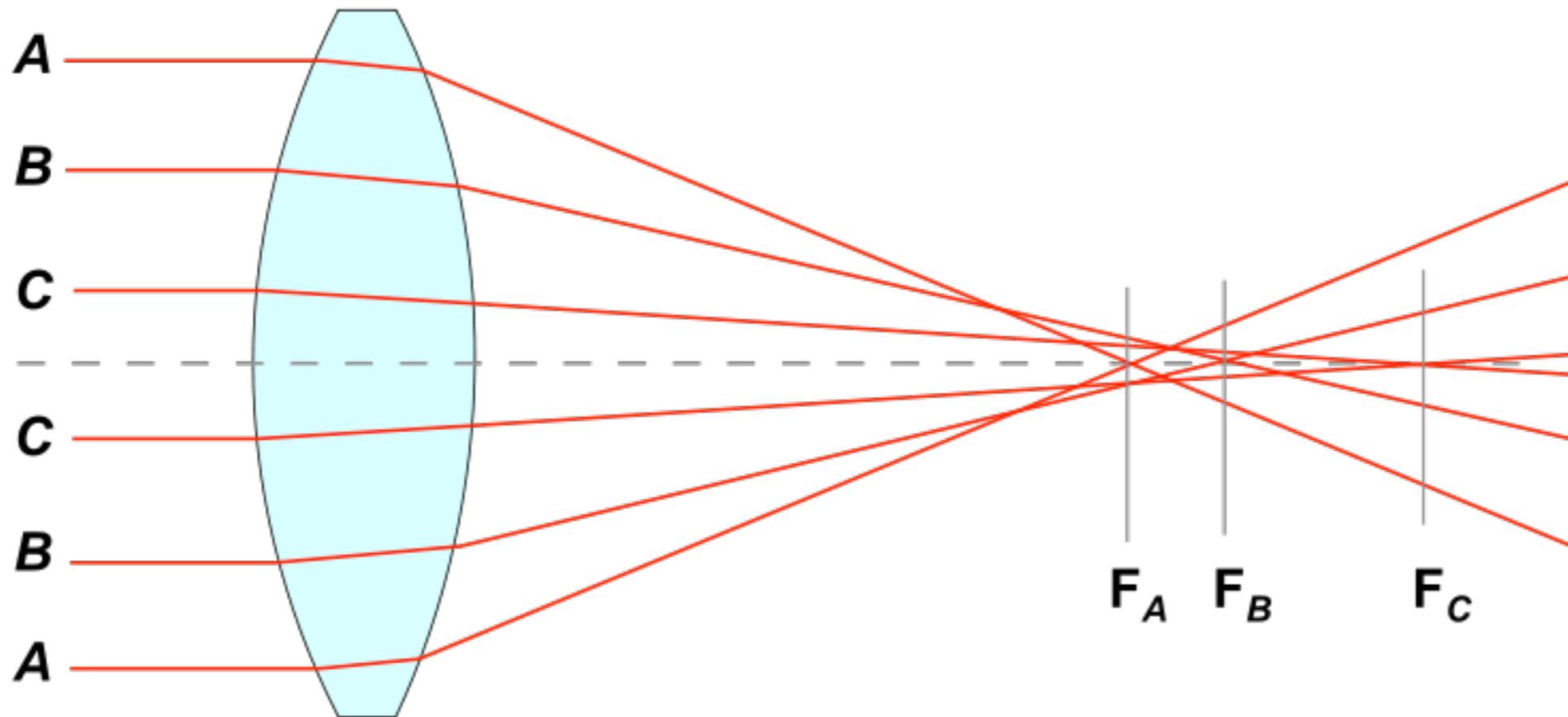


## 2.4.3. 透鏡的像差

### ◆ 幾種重要的透鏡像差

- A. **球面像差(Spherical aberration)**
  - 透鏡對不同角度的光束聚焦能力不同，而形成一模糊區。
- B. **色像差(Chromatical aberration)**
  - 透鏡對不同頻率的光束聚焦能力不同，而形成一模糊區。
- C. **散光 (Astigmatism)**
  - 透鏡對水平及垂直方向的聚焦能力不同，而形成一模糊區。

- A.球面像差(Spherical aberration)



--透鏡對不同角度的光束聚焦能力不同，而形成一模糊區

- 影響聚光鏡的光斑大小  
物鏡的分辨率

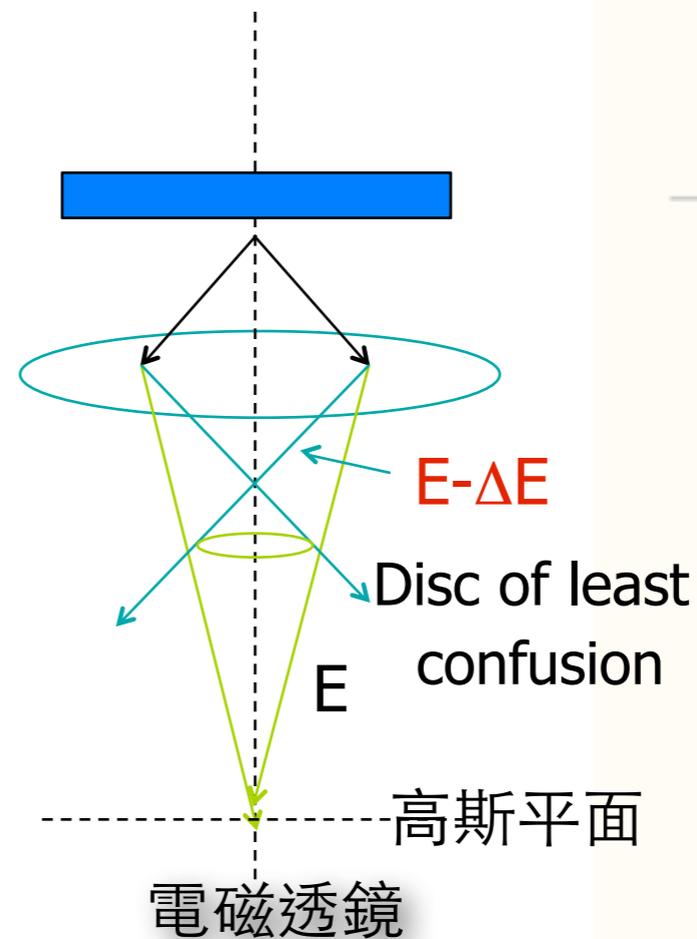
透鏡的聚光能力在外緣比中間要強，也就是入射角度愈大的光束被透鏡偏折得較利害。

- $C_s$ ：球面像差係數

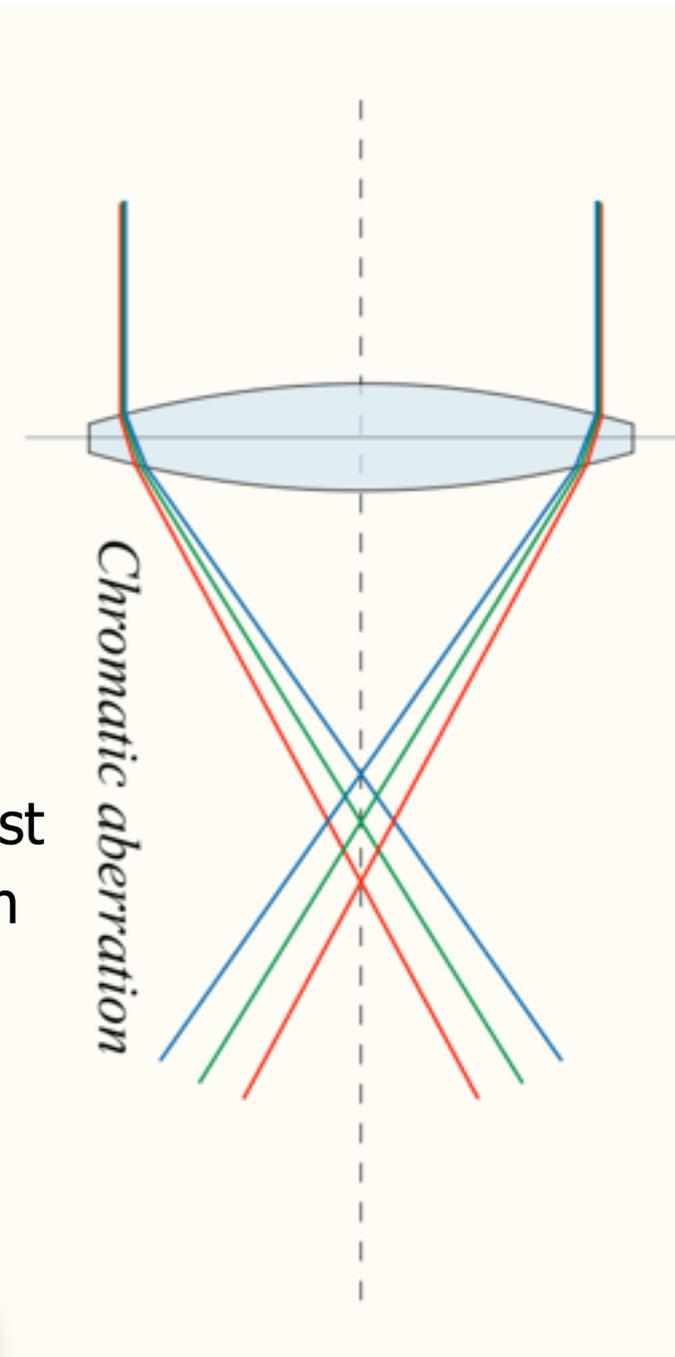
~ 1mm ~ 3mm比電子波長大太多

## B. 色像差(Chromatic Aberration)

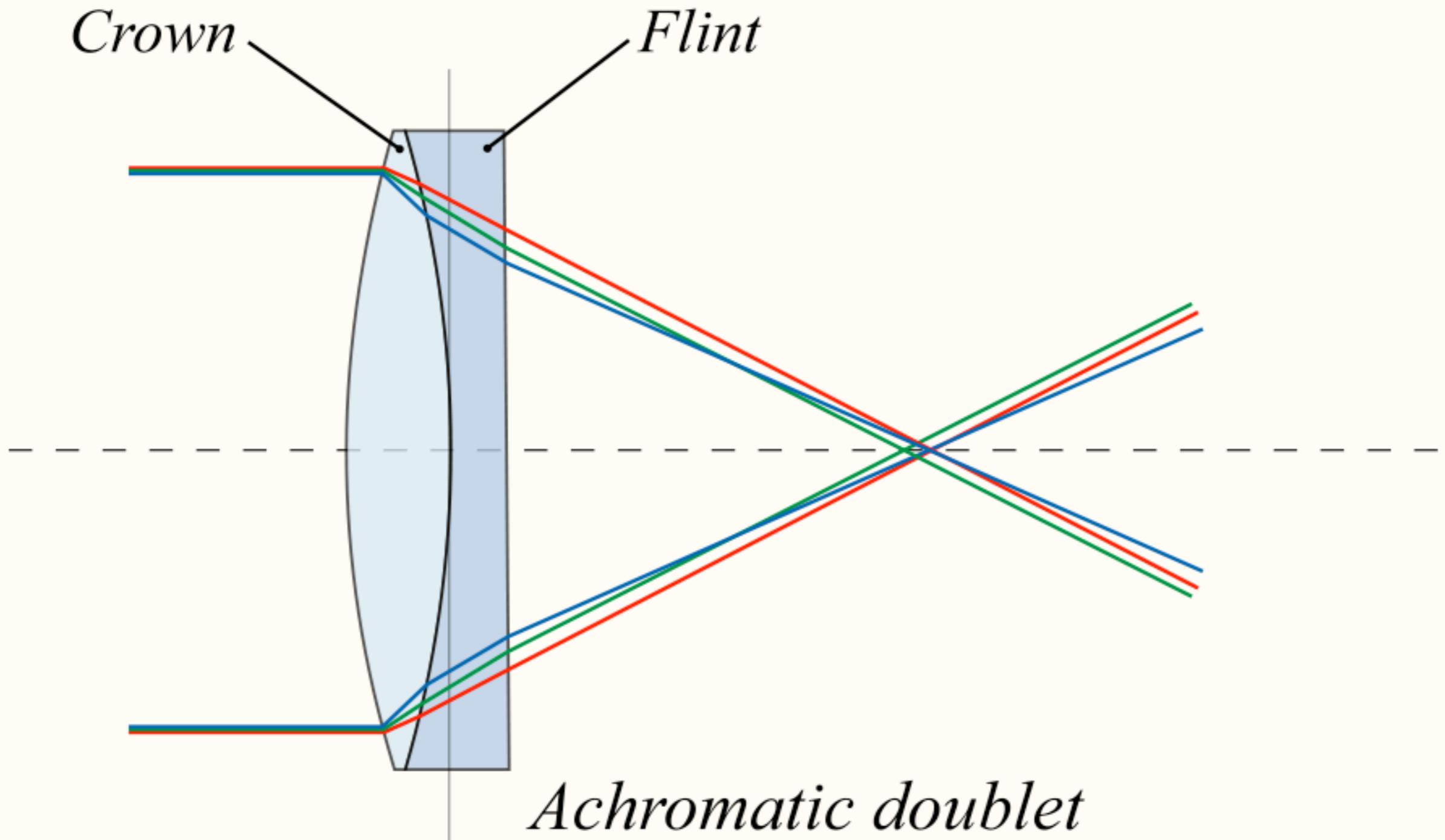
- 電子可能因高壓的不穩定性，而有能量發散一般而言大約是 $10^6$ 分之一，也就是說100KV的電子束0.1ev。
- 電子因熱游離光源而 2-3ev左右的能量發散。
- 一般情形，若電子不通過樣品，色像差的問題不大，可被忽略。
- 但當入射電子通過樣品後，（厚度約50~100nm）有一大部份的電子會損失約15~50ev的能量。
- 愈厚的樣品色像差愈嚴重---做薄樣品。
- 能量發散愈小，色像差愈小解析率愈好，相干性愈好。
- $I_{\text{image}} = I_1 + I_2$



低能量電子較易被聚焦  
高能量電子較不易被聚焦



# Chromatic Aberration Corrector

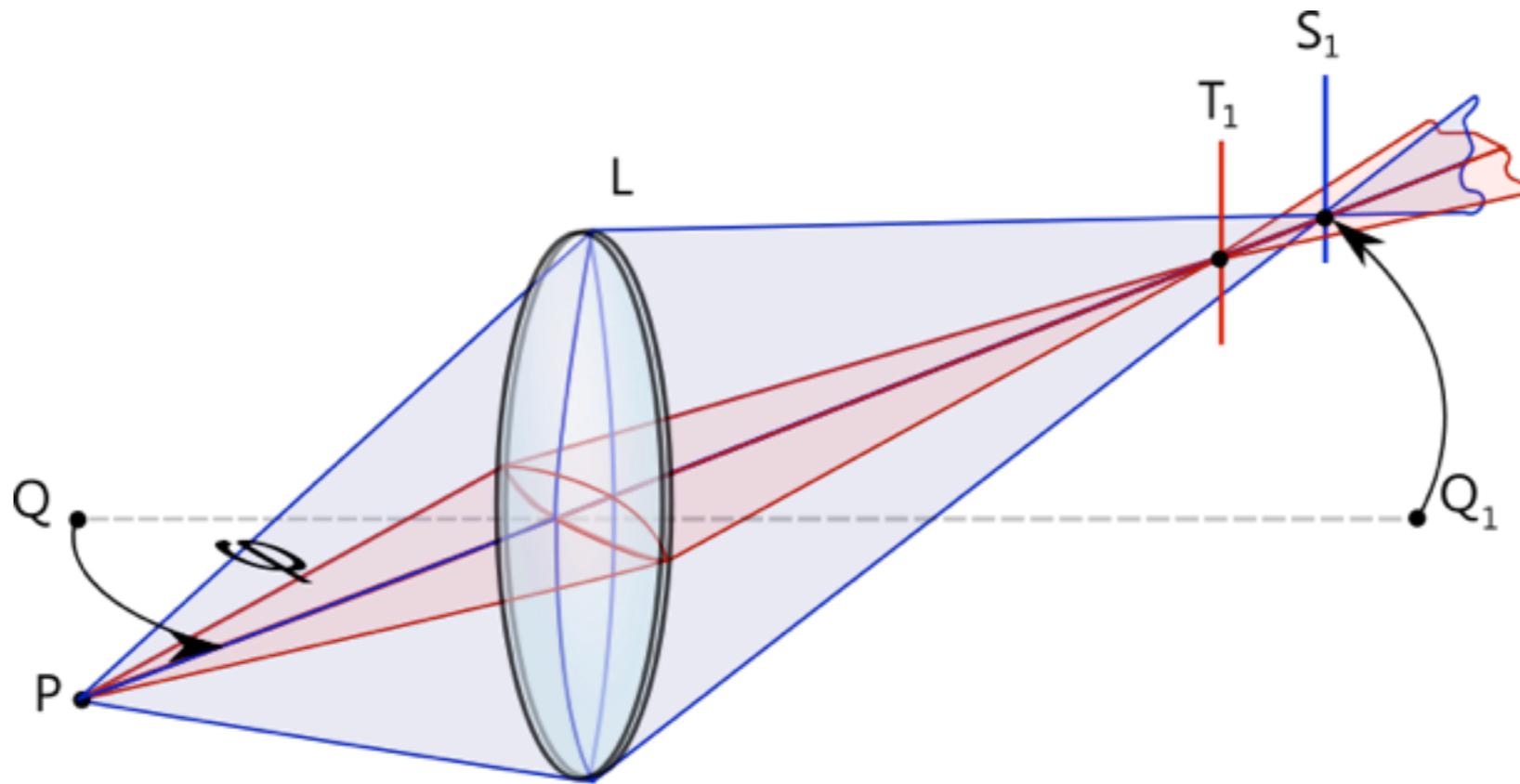


# Hubble Telescope

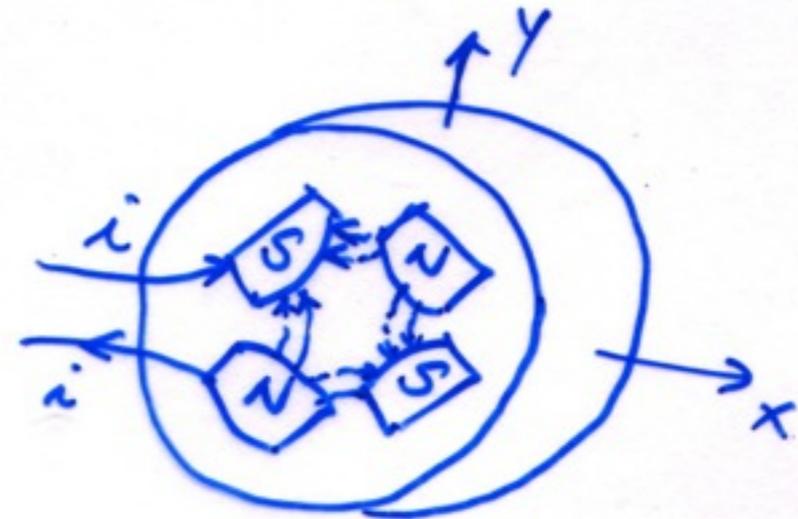


aberration corrected

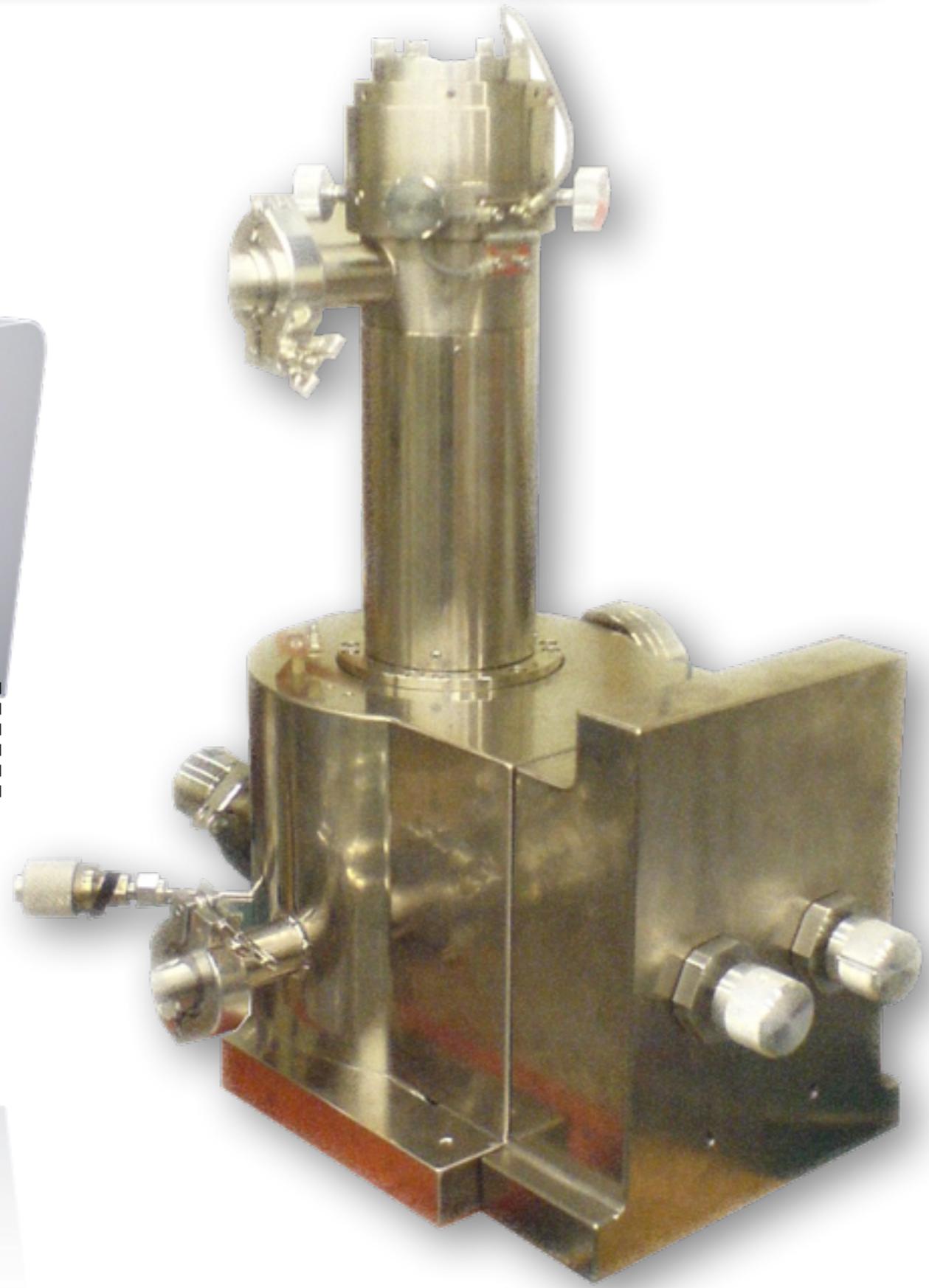
## C. 散光(Astigmatism)



- 散光最主要的原因是磁場的不均勻性。當電子感到這不均勻性會被聚焦在光軸的不同位置(因為軟鐵不易加工的完美對稱)。
- $\Delta f$ 是因散光而引起的焦距發散。
- 散光可很容易由散光器來補償  
(最主要用於補償聚光鏡及物鏡)
- 散光器(Stigmator)是一個四極透鏡。



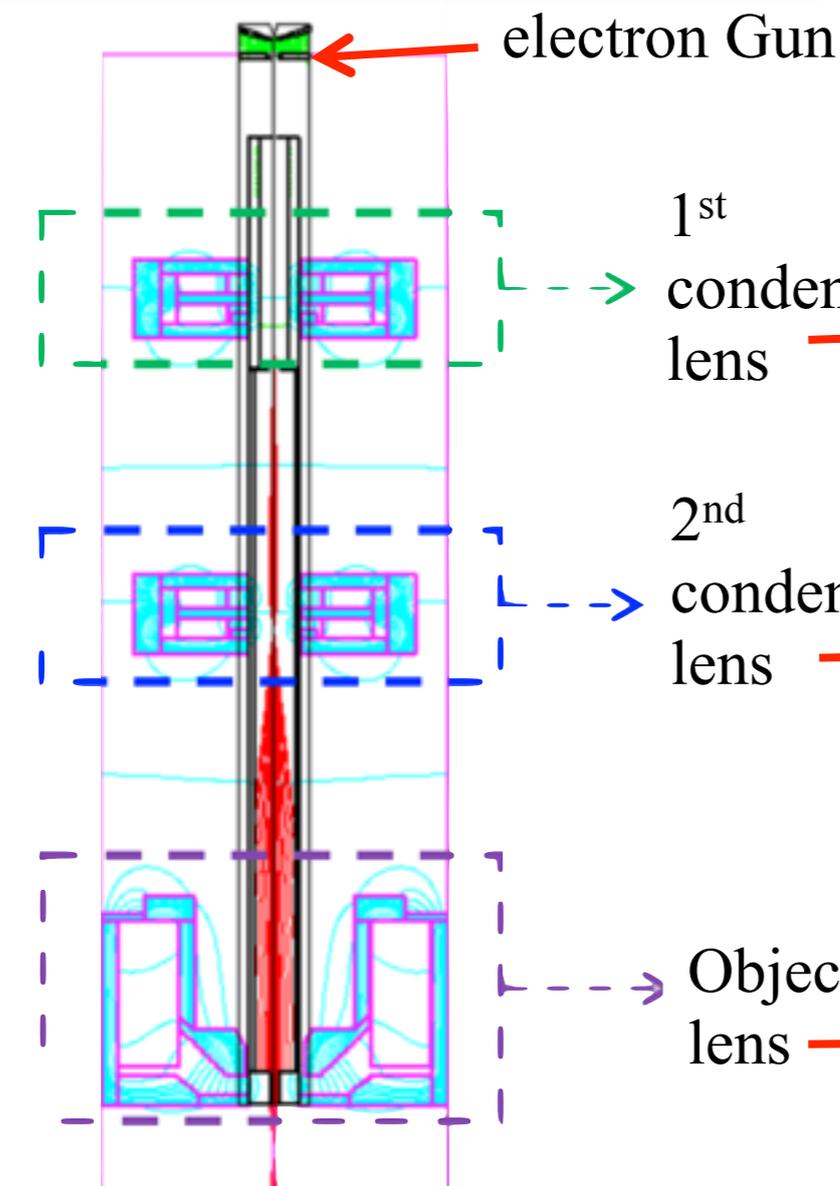
# 桌上型分析式掃描電鏡之技術



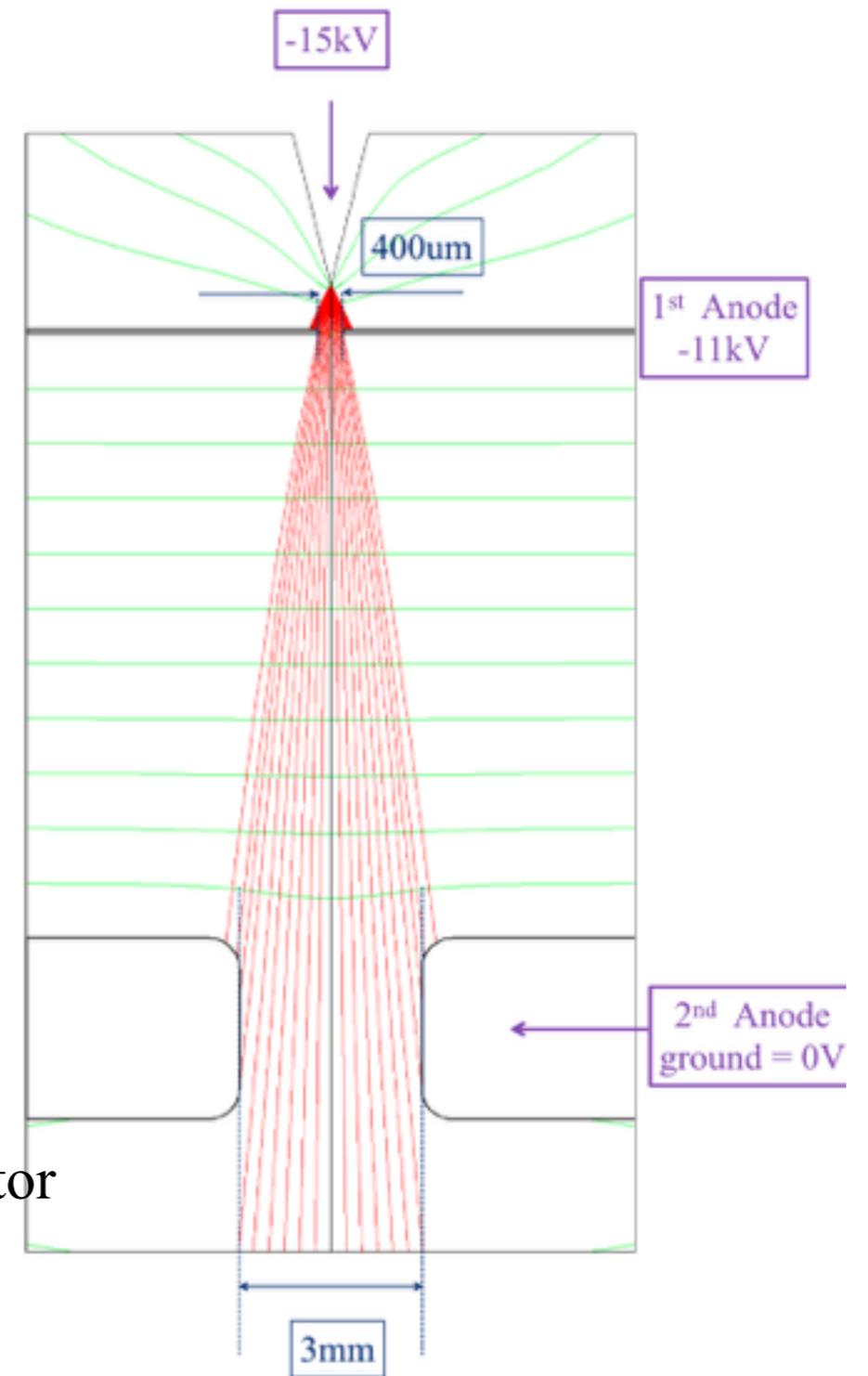
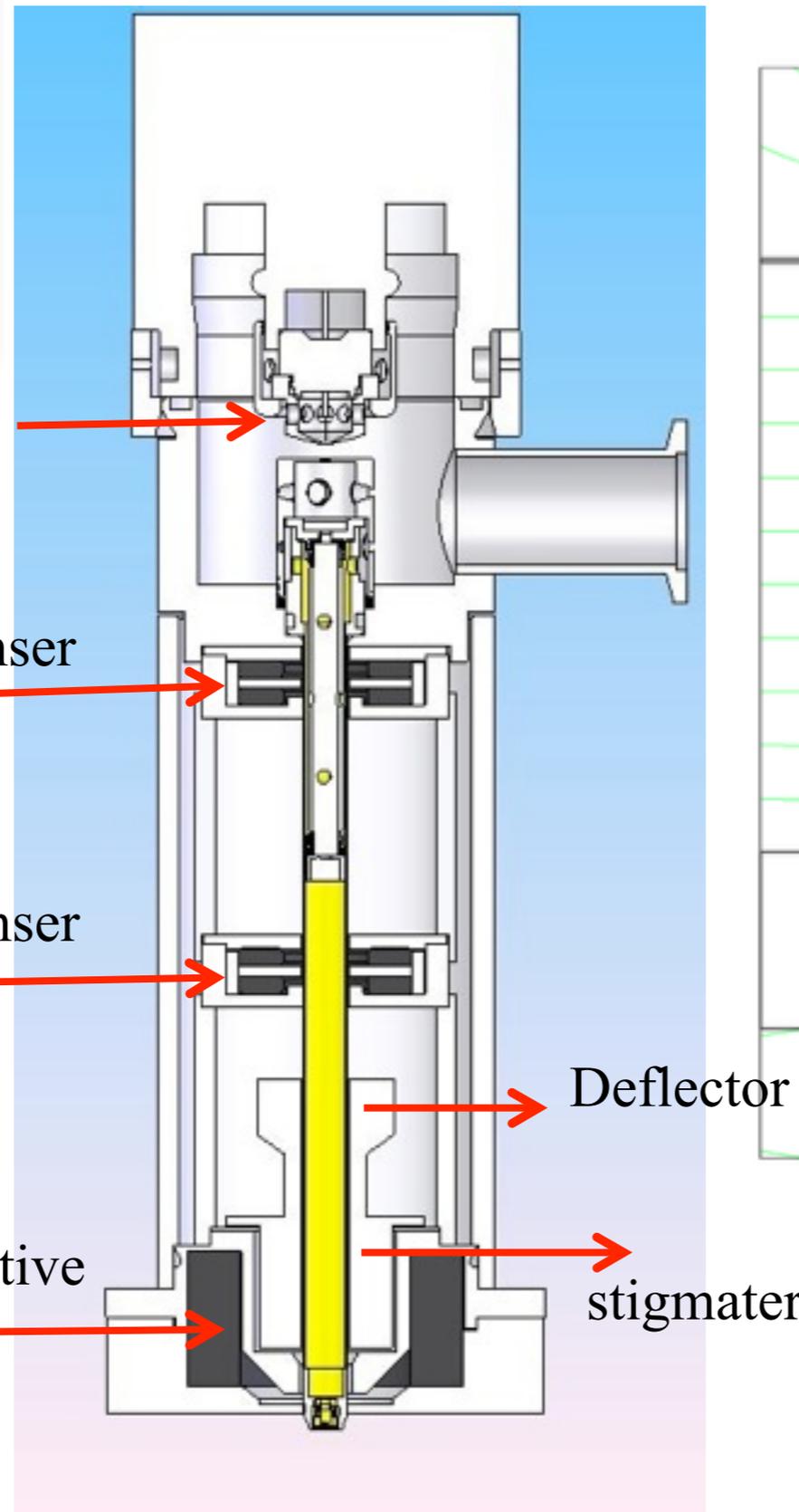
# Established Technologies

## Table Top SEM

- Electron Optics design
- E-gun: Thermionic/ FEG gun
- Lenses: Condenser/ Objective lenses
- Multipole: Deflector/ Stigmator
- control electronic boards/ software
- image acquisition
- BSED Detectors



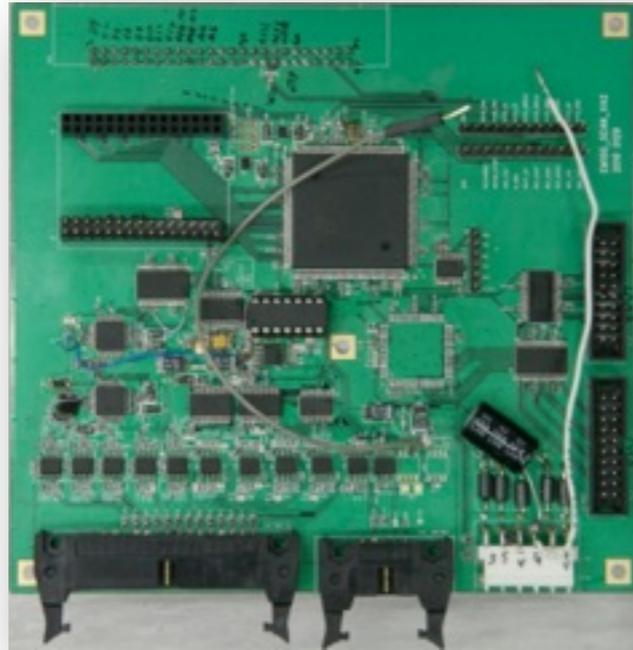
Ray Tracing



FEG gun

# Established Technologies

## Control Electronics Boards



(a)



(b)



(c)

Voltage (gun)

vacuum (pump)

condenser lenses (spot size resolution)

objective lenses (focus, magnification)

scanning (deflectors, magnification)

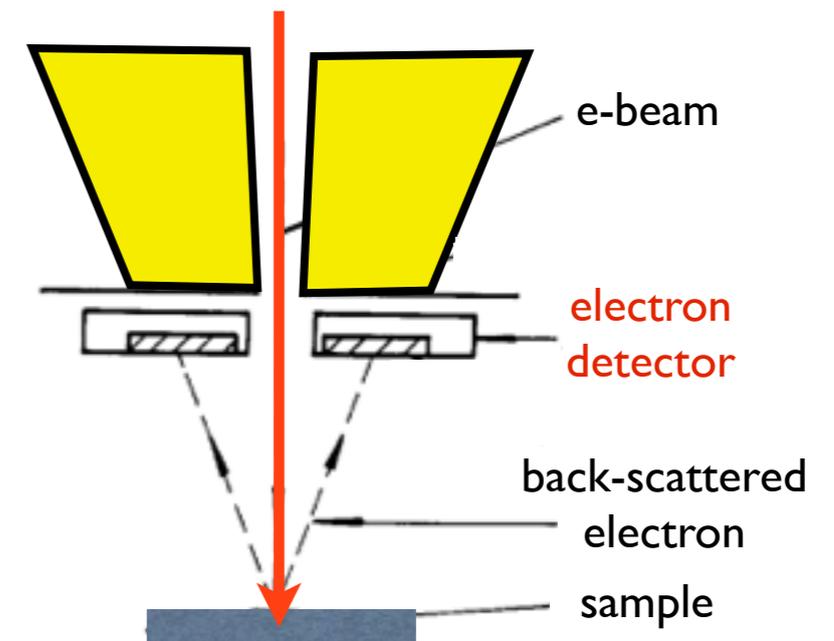
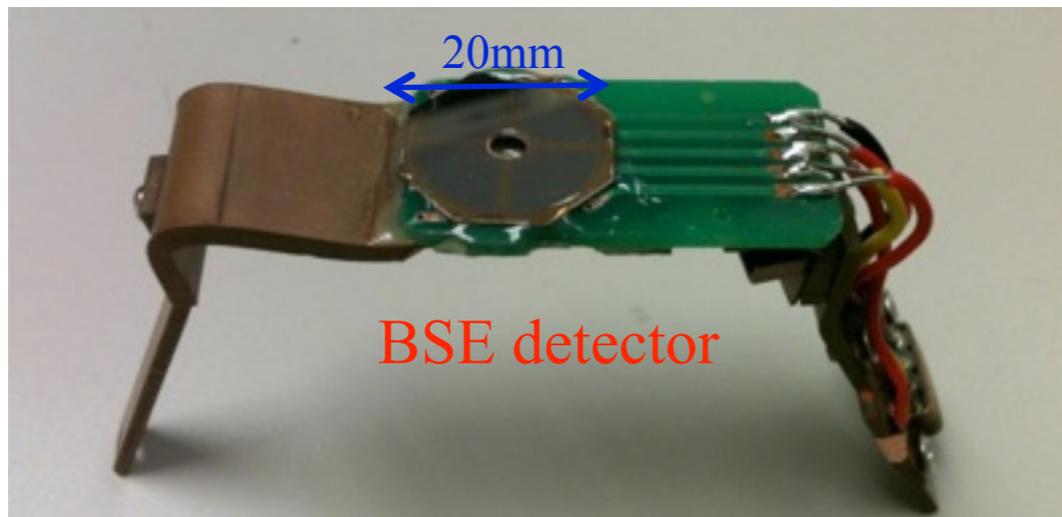
stigmatism (stigmators)

image acquisition (processing)

Auto-tuning and alignment (future)

. etc

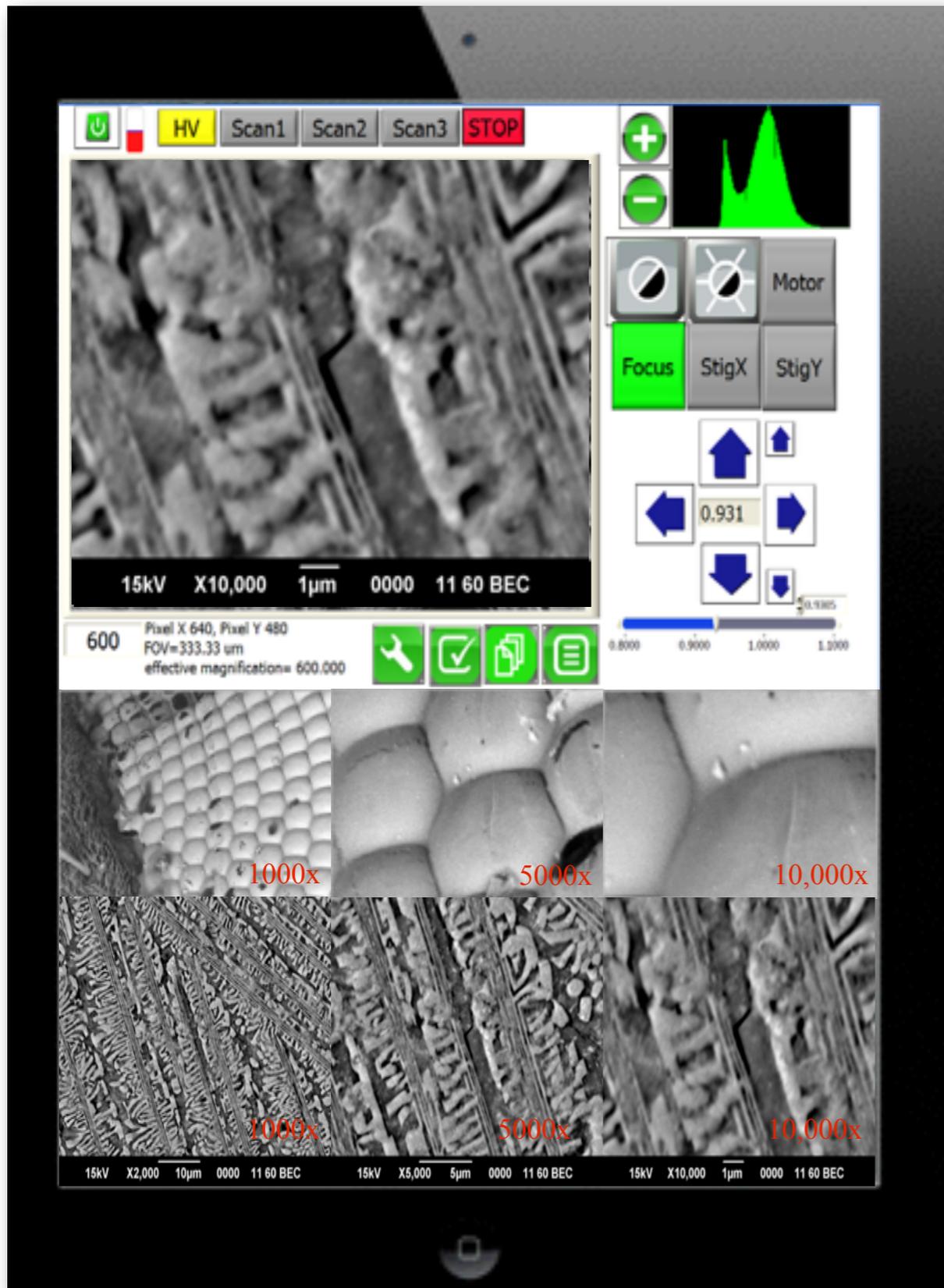
## Home Made Electron Detector



# Control Software Panel

Voltage: 7, 15, 30keV  
magnification: 30x-10,000x  
resolution: 20nm  
image size: 1280x960  
scan time: 2.5sec

- \* 3 minutes from Air to Ready
- \* Fully automatic control



fly

Al-Ag



Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> NW